Exercices sur le calcul d'incertitude (calcul d'erreur)

Question 1 : *On mesure le diamètre et la masse d'une bille en or.*

$$d = 10{,}00 \pm 0{,}01 \text{ [mm] et } m = 9{,}9 \pm 0{,}1 \text{ [g]}$$

a) Calculer le volume de la bille avec son incertitude relative ainsi que son incertitude absolue.

$V = 4/3\ \pi\ r^3 = 4/3 \cdot \pi \cdot (5\text{ mm})^3 = \underline{523{,}6\ [mm^3]}$

$\Delta V/V = 3 \cdot \Delta r/r = 3 \cdot \Delta d/d = 3 \cdot 0{,}01\ [mm] / 10\ [mm] = 0{,}003 = \underline{0{,}3\ \%}$

$\Delta V = (\Delta V/V) \cdot V = 0{,}003 \cdot 523{,}6\ [mm^3] = 1{,}571\ [mm^3] \cong \underline{1{,}6\ [mm^3]}$

$\underline{V = 524 \pm 2\ \ [mm^3]}$ (ou plus précis: $V = 523{,}6 \pm 1{,}6\ \ [mm^3]$)

b) Calculer la masse volumique (densité) de la bille avec son incertitude relative ainsi que son incertitude absolue.
Donner votre réponse finale en [g/cm³].

$\rho = m / V = 9{,}9\ [g] / 0{,}5236\ [cm^3] = 18{,}91\ [g/cm^3]$

$\Delta\rho/\rho = \Delta m/m + \Delta V/V = 0{,}1/9{,}9 + 0{,}003 = 0{,}01 + 0{,}003 = \underline{1{,}3\ \%}$

$\Delta\rho = (\Delta\rho/\rho) \cdot \rho = 0{,}013 \cdot 18{,}91\ [g/cm^3] \cong \underline{0{,}25\ [g/cm^3]}$

$\underline{\rho = 18{,}9 \pm 0{,}3\ \ [g/cm^3]}$ (ou plus précis: $\rho = 18{,}91 \pm 0{,}25\ \ [g/cm^3]$)

Question 2 : *Pour calculer l'accélération terrestre g avec un pendule, on mesure la longueur du pendule ℓ ainsi que la période d'oscillation T, et on utilise la loi.*

$$T = 2 \cdot \pi \cdot (\ell / g)^{0,5} \text{ avec } \ell = 1{,}552 \pm 0{,}002 \text{ [m] et } T = 2{,}50 \pm 0{,}02 \text{ [s]}$$

Calculer g avec son incertitude relative ainsi que son incertitude absolue.

$g = (4 \cdot \pi^2 \cdot l) / T^2 = (4 \cdot \pi^2 \cdot 1{,}552\ [m]) / (2{,}5\ [s])^2 = \underline{9{,}80\ [m/s^2]}$

$\Delta g / g = \Delta l/l + 2 \cdot \Delta T/T = (0{,}002m/1{,}552m) + 2 \cdot (0{,}02s/2{,}5s) =$

$0{,}00129 + 2 \cdot (0{,}008) = 0{,}01729 \cong \underline{1{,}7\ \%}$

$\Delta g = (\Delta g / g) \cdot g = 0{,}01729 \cdot 9{,}8\ [m/s^2] = 0{,}169\ [m/s^2] \cong \underline{0{,}17\ [m/s^2]}$

$\underline{g = 9{,}80 \pm 0{,}17\ \ [m/s^2]}$ (donc g est compris entre 9,63 [m/s²] et 9,97 [m/s²])

ou plus prudent:

$\underline{g = 9{,}8 \pm 0{,}2\ \ [m/s^2]\ \text{(donc g est compris entre 9,6 [m/s2] et 10,0 [m/s}^2\text{])}}$

Suite au verso...

Question 3 : *Pour déterminer la hauteur h d'un immeuble on mesure la distance d à laquelle on se trouve ainsi que l'angle α sous lequel on voit le sommet de l'immeuble.*

$$d = 25{,}00 \pm 0{,}01 \text{ [m]} \quad \text{et} \quad \alpha = 54° \pm 1°$$

Calculer la hauteur h de l'immeuble ainsi que son incertitude absolue ($h = d \cdot \text{tg}\, \alpha$).

h = d · tg α = 25 [m] · tg 54° = 34,41 [m]

h_{max} ***= 25,01 [m] · tg 55° = 35,72 [m]***

h_{min} ***= 24,99 [m] · tg 53° = 33,16 [m]***

Δ h = (h_{max}-h + h-h_{min})/2= (h_{max}-h_{min})/2= (35,72 [m] - 33,16 [m]) /2 = 1,28 [m] ≅ 1,3 [m]

h = 34,4 ± 1,3 [m] ou (plus prudent h = 34 ± 2 [m] , entre 32 [m] et 36 [m])

Question 4 : *On place une maquette de voiture dans une soufflerie pour déterminer son coefficient de frottement turbulent C. On mesure la force de frottement F_{frot} en fonction de la vitesse v de l'air.*

$$\mathbf{F_{frot} = 0{,}5 \cdot C \cdot S \cdot \rho \cdot v^2}$$

avec
F_{frot} = force de frottement turbulent [N]
C = coefficient de frottement turbulent (sans unités)
S = surface (ou section) apparente [m^2] = $(3{,}55 \pm 0{,}01) \cdot 10^{-4}$ [m^2]
$\rho = 1{,}25 \pm 0{,}01$ [kg/m^3]
v = la vitesse de l'air [m/s] et $\Delta v = \pm 0{,}2$ [m/s]

a) Tracer le diagramme de $F_{frot} = f(v)$
b) Placer les fourchettes d'incertitude (sur F_{frot} et sur v).
c) Ajuster une courbe de type: $y = a{*}x^2 + c$ (régression automatique)
   (y représente F_{frot}, x représente v)
d) Imprimer le graphique
e) Calculer C à partir du coefficient a de la courbe obtenue en (c), avec son erreur relative ainsi que son erreur absolue.
f) Effectuer un changement de variable pour faire apparaître une application linéaire dont la pente donne directement C, ajuster une droite par régression linéaire et imprimer le graphique

$$C = a / (0{,}5 \cdot \rho \cdot S) = 9{,}25 \cdot 10^{-5}/(0{,}5 \cdot 1{,}25 \cdot 3{,}55 \cdot 10^{-4}) = 0{,}4178$$

$$\Delta C / C = \Delta a/a + \Delta\rho/\rho + \Delta S/S = \frac{1{,}3 \cdot 10^{-6}}{9{,}27 \cdot 10^{-5}} + \frac{0{,}01}{1{,}25} + \frac{0{,}01}{3{,}55} = 1{,}4\% + 0{,}8\% + 0{,}28\% \cong 2{,}5\%$$

$$\Delta C = (\Delta C/C) \cdot C = 0{,}025 \,.\, 0{,}4178 = 0{,}010$$

C = 0,42 ± 0,01 (entre 0,41 et 0,43)