Série 1 : relativité

1.1 Pour $\beta = 1-\epsilon$ avec $\epsilon \ll 1$, montrez que : $\gamma \approx \frac{1}{\sqrt{2\cdot\epsilon}}$ où $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$

1.2 Pour $\beta \ll 1$, montrez que : $\gamma \approx 1+\frac{1}{2}\cdot\beta^2$ et $\frac{1}{\gamma} \approx 1-\frac{1}{2}\cdot\beta^2$ où $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$

Indication, poser $x=\beta^2$ et faite un développement linéaire de $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x}}$.

1.3 Essayez avec $\beta = 0,99999$; $\beta = 0,99$ et $\beta = 10^{-2}$.

---

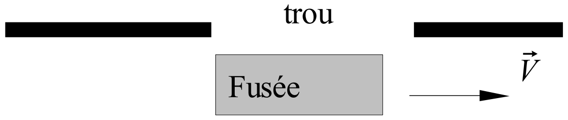
2. Le paradoxe de la fusée qui rapetisse pour passer à travers un trou.

Voici un argument soutenu par certaines personnes désirant montrer que la théorie de la relativité est fausse :

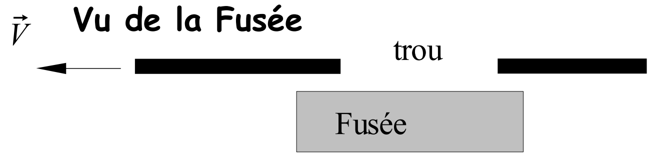
Une Fusée se déplaçant très rapidement dans une direction x, et lentement dans la direction y, verra sa longueur diminuée suffisamment pour traverser un trou, qui du point de vue de la Fusée est plus petit que la longueur de la Fusée. Le dessin suivant aide à comprendre l'argument.

La Fusée est représentée par un rectangle.

Vu de la Terre :



Vu de la Fusée



Selon la Terre, la Fusée passera à travers le trou.

Selon la Fusée, elle ne passera pas à travers le trou.

Où est l'erreur dans l'argument ci-dessus ?

---

3. En relativité, relativement à un référentiel ***S***, la quantité de mouvement d'une particule de masse m est définie par :

$p = m\cdot\gamma\cdot\beta\cdot c$ où $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$ et $\beta\cdot c$ est la vitesse de la particule.

Relativement à un référentiel ***S'*** sa quantité de mouvement est :

$p' = m\cdot\gamma'\cdot\beta'\cdot c$ où $\gamma' = \frac{1}{\sqrt{1-\beta'^2}}$ et $\beta'\cdot c$ est la vitesse de la particule.

Si le référentiel ***S'*** se déplace à vitesse $u\cdot c$ dans le même sens que la particule, relativement au référentiel ***S***, la formule d'addition des vitesses indique que :

$\beta' = \frac{\beta-u}{1-\beta\cdot u}$.

3.1 Montrez que : $p' = \frac{m\cdot c\cdot(\beta-u)}{\sqrt{1-\beta^2}\cdot\sqrt{1-u^2}}$ et donc $\boxed{p' = \frac{p}{\sqrt{1-u^2}} - \frac{m\cdot\gamma\cdot u\cdot c}{\sqrt{1-u^2}}}$.

Série 1 : relativité

4.1 Montrez que de façon classique, la conservation de la quantité de mouvement indépendamment du référentiel galiléen, implique la conservation de la masse.
Indications :
Pour deux particules de masses m_1 et m_2 avant le choc et de masses m_3 et m_4 après le choc, écrivez l'égalité représentant la conservation de la quantité de mouvement. (Les masses de chaque particule peuvent avoir changées durant le choc, car de la matière peut être passée d'une particule à l'autre.)
Ecrivez ensuite l'égalité représentant la conservation de la quantité de mouvement selon un référentiel allant à vitesse V. La comparaison des deux égalités implique la conservation de la masse.

4.2 Montrer que de façon relativiste, la conservation de la quantité de mouvement indépendamment du référentiel d'inertie, implique la conservation de l'énergie totale.
Indications :
Procédez comme pour l'exercice 4.1 et utilisez le résultat de l'exercice 3.

---

5. En relativité, comme en mécanique classique, on dit qu'un **choc est élastique** si l'énergie cinétique est conservée.
Montrez que si un choc est élastique cela implique que la masse est aussi conservée.
Vous pouvez vous limiter au cas d'un choc entre deux particules.

---

6. Montrez que la grandeur $E_{totale}^2 - p^2 \cdot c^2$ est toujours égale à : $m^2 \cdot c^4$.
Elle est donc indépendante du référentiel.
On peut donc écrire : $\boxed{E_{totale}^2 = m^2 \cdot c^4 + p^2 \cdot c^2}$.

---

7. *Facultatif*, c'est uniquement des calculs.
Si $\Delta X'$; $\Delta Y'$; $\Delta Z'$; $\Delta T'$ s'obtiennent à partir de ΔX ; ΔY ; ΔZ ; ΔT par les transformations de Lorentz, et si l'on défini :
$\Delta S'^2 = \Delta X'^2 + \Delta Y'^2 + \Delta Z'^2 - c^2 \cdot \Delta T'^2$ et $\Delta S^2 = \Delta X^2 + \Delta Y^2 + \Delta Z^2 - c^2 \cdot \Delta T^2$,
montrez qu'alors : $\Delta S'^2 = \Delta S^2$.
On dit que $\Delta S^2 = \Delta X^2 + \Delta Y^2 + \Delta Z^2 - c^2 \cdot \Delta T^2$ est un invariant.
