1. On a conservation de la quantité de mouvement et aussi d'énergie, puisque le choc est élastique. Le choc est frontal, donc toutes les vitesses ont même direction.

La conservation de la quantité de mouvement donne : $m_1 \cdot V_1 = m_1 \cdot V_1' + m_2 \cdot V_2'$ (1)

La conservation d'énergie donne : $\frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot V_1^2 = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot V_1'^2 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot V_2'^2$ (2)

(1) => $V_1' = V_1 - \frac{m_2}{m_1} \cdot V_2'$; On le substitue dans (2)

$$\cancel{m_1 V_1^2} = m_1 \cdot \left(V_1 - \frac{m_2}{m_1} \cdot V_2' \right)^2 + m_2 \cdot V_2'^2 = \cancel{m_1 V_1^2} - 2 \cdot m_2 \cdot V_1 \cdot V_2' + \frac{m_2^2}{m_1} \cdot V_2'^2 + m_2 \cdot V_2'^2$$

Simplifié et factorisé : $0 = m_2 \cdot V_2' \cdot \left(-2 \cdot V_1 + \frac{m_2}{m_1} \cdot V_2' + V_2' \right) = m_2 \cdot V_2' \cdot \left(\frac{m_1 + m_2}{m_1} \cdot V_2' - 2 \cdot V_1 \right)$

Soit $V_2' = 0$ et $V_1' = V_1$, c'est-à-dire qu'il n'y a pas de collision.

Soit $\boxed{V_2' = \frac{2 \cdot m_1}{m_1 + m_2} \cdot V_1}$ et $\boxed{V_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cdot V_1}$, s'il y a eu collision. Rem. : $V_2' - V_1' = V_1$

Cas limites :

a) $m_1 << m_2$: donc $\frac{2 \cdot m_1}{m_1 + m_2} \approx 0$ et $\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \approx -1$, donc $V_2' \approx 0$ et $V_1' \approx -V_1$.

Cela signifie que le cylindre m_1 rebondit sur le cylindre m_2, qui ne bouge presque pas.

b) $m_1 = m_2$: donc $\frac{2 \cdot m_1}{m_1 + m_2} = 1$ et $\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} = 0$, donc $V_2' = V_1$ et $V_1' = 0$.

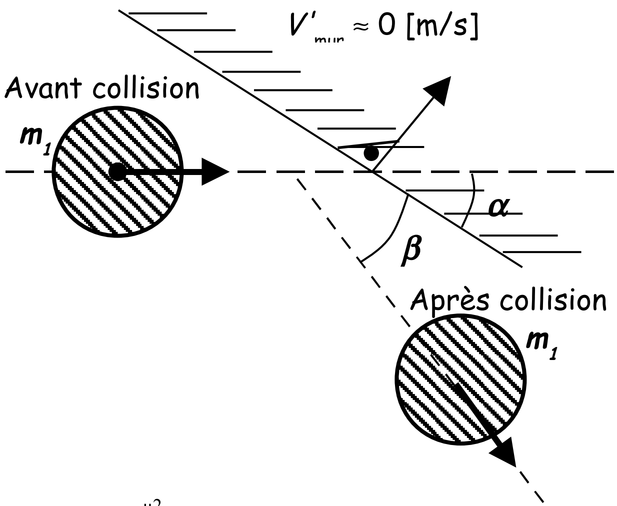
Cela signifie que le cylindre m_1 s'arrête et le cylindre m_2, continue à la place du premier.

c) $m_1 >> m_2$: donc $\frac{2 \cdot m_1}{m_1 + m_2} \approx 2$ et $\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \approx 1$, donc $V_2' = 2 \cdot V_1$ et $V_1' = V_1$.

Cela signifie que le cylindre m_1 continue sans être influencé par l'autre cylindre, et le cylindre m_2, est frappé pour partir deux fois plus vite que le premier.

---

2. V_1' = vitesse de la balle après le choc.
V_{mur}' = vitesse du mur après le choc.



Conservation de la quantité de mouvement :
$m_1 \cdot \vec{V}_1 = m_1 \cdot \vec{V}_1' + m_{mur} \cdot \vec{V}'_{mur}$, donc

2.1 $\vec{V}'_{mur} = \frac{m_1}{m_{mur}} \cdot \left(\vec{V}_1 - \vec{V}_1' \right) \approx 0$ car $m_1 << m_{mur}$.

La quantité de mouvement
$m_{mur} \cdot \vec{V}'_{mur} = m_1 \cdot \vec{V}_1 - m_1 \cdot \vec{V}_1'$ n'est pas négligeable.

L'énergie cinétique du mur :

$$\frac{1}{2} \cdot m_{mur} \cdot \left(V'_{mur} \right)^2 = \frac{1}{2 \cdot m_{mur}} \cdot \left(m_{mur} \cdot V'_{mur} \right)^2 = \frac{1}{2 \cdot m_{mur}} \cdot \left\| m_1 \cdot \vec{V}_1 - m_1 \cdot \vec{V}_1' \right\|^2$$

$$= \frac{m_1}{m_{mur}} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot V_1^2 - m_1 \cdot \vec{V}_1 \bullet \vec{V}_1' + \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot V_1'^2 \right) < \frac{m_1}{m_{mur}} \cdot 2 \cdot \left(E_{cin\_1} + E'_{cin\_1} \right) .$$

Donc l'énergie cinétique du mur est négligeable devant celle de la balle.

suite en page suivante...

2.2 L'énoncé indique que : $\frac{1}{2}\cdot m_1\cdot V_1'^2 = e^2\cdot\frac{1}{2}\cdot m_1\cdot V_1^2 + \textit{négligeable}$

Donc $\underline{\underline{V_1' = e\cdot V_1}}$ On a écrit : V_1' et V_1 au lieu de $\left\|\vec{V}_1'\right\|$ et $\left\|\vec{V}_1\right\|$.

La conservation de la quantité de mouvement selon x et y donne :

$m_1\cdot V_1 = m_1\cdot V_1'\cdot\cos(\alpha+\beta) + m_{mur}\cdot V_{mur}'\cdot\cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)$ on va multiplier par $\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right) = \cos(\alpha)$

$0 = -m_1\cdot V_1'\cdot\sin(\alpha+\beta) + m_{mur}\cdot V_{mur}'\cdot\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)$ on va multiplier par $-\cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right) = -\sin(\alpha)$

On veut éliminer l'inconnue : $m_{mur}\cdot V_{mur}'$.

Après multiplications comme indiquées, addition des deux équations et simplification par m_1 :

$V_1\cdot\cos(\alpha) = V_1'\cdot\cos(\alpha+\beta)\cdot\cos(\alpha) + V_1'\cdot\sin(\alpha+\beta)\cdot\sin(\alpha)$

On utilise $\underline{\underline{V_1' = e\cdot V_1}}$ et $\cos(\alpha+\beta)\cdot\cos(\alpha)+\sin(\alpha+\beta)\cdot\sin(\alpha) = \cos((\alpha+\beta)-\alpha) = \cos(\beta)$

$V_1\cdot\cos(\alpha) = e\cdot V_1\cdot\left(\cos(\alpha+\beta)\cdot\cos(\alpha)+\sin(\alpha+\beta)\cdot\sin(\alpha)\right) = e\cdot V_1\cdot\cos(\beta)$,

Donc $\cos(\alpha) = e\cdot\cos(\beta)$ et $\boxed{\cos(\beta) = \frac{\cos(\alpha)}{e}}$

<u>Cas $e = 1$:</u>

Soit $\beta = -\alpha$, ce qui signifie qu'il n'y a pas de collision,

soit $\beta = \alpha$, ce qui signifie que la balle rebondit sur le mur avec un angle égale à l'angle incident.

<u>Cas $e < 1$:</u>

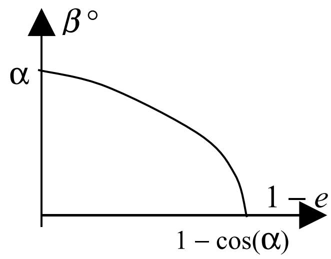
Puisque $e \le 1$, $\cos(\beta) \ge \cos(\alpha)$ et donc $\beta \le \alpha$.

La balle ne peut pas rebondir avec un angle supérieur à l'angle incident.

D'autre part, $\cos(\beta) \le 1$, donc s'il y a collision, $\boxed{0 \le \beta \le \alpha}$ et $\boxed{\cos(\alpha) \le e \le 1}$

La perte d'énergie "$1 - e$" est limitée en fonction de l'angle α.

Si l'angle α est petit ($\cos(\alpha) \approx 1$), la perte d'énergie ne peut être que faible !

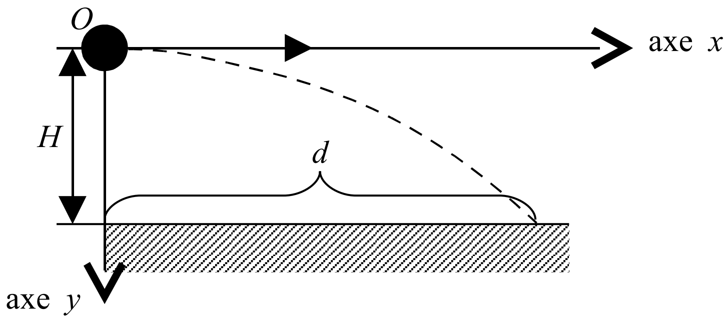


---

3. <u>Avant le choc</u>, l'énergie mécanique du pendule est conservée et il acquiert, à la verticale, <u>juste avant le choc</u>, une vitesse $V_1 = \sqrt{2\cdot g\cdot h} = \sqrt{2\cdot g\cdot H\cdot(1-\cos(\alpha))}$

Choc élastique central et masses identiques $\Rightarrow$ $V_2' = V_1$ comme vu dans l'exercice 1.2.b.

<u>Après le choc</u>, on a un mouvement parabolique uniformément accéléré :



<u>Horaire du MUA</u> :

$x(t) = V_1\cdot t = \sqrt{2\cdot g\cdot H\cdot(1-\cos(\alpha))}\cdot t$

$y(t) = \frac{1}{2}\cdot g\cdot t^2$

Lorsque $x = d$, et $y = H$ on a :

$\sqrt{2\cdot g\cdot H\cdot(1-\cos(\alpha))}\cdot t_H = d$ et $\frac{1}{2}\cdot g\cdot t_H^2 = H$

Ex. 3, suite.

d'où $t_H = \dfrac{d}{\sqrt{2\cdot g\cdot H\cdot(1-\cos(\alpha))}}$ et $H = \dfrac{1}{2}\cdot g\cdot\dfrac{d^2}{2\cdot g\cdot H\cdot(1-\cos(\alpha))} = \dfrac{d^2}{4H\cdot(1-\cos(\alpha))}$

donc $\boxed{\cos(\alpha) = 1-\dfrac{d^2}{4H^2}}$ et $\boxed{\alpha = \arccos\left(1-\left(\dfrac{d}{2H}\right)^2\right)}$

A) pour $d < 2H$, on a $\cos(\alpha) > 0$, donc $\alpha < 90°$
B) pour $d = 2H$, on a $\cos(\alpha) = 0$, donc $\alpha = 90°$
C) pour $d > 2H$, on a $\cos(\alpha) < 0$, donc $\alpha > 90°$

---

4. A) Choc **élastique** :

Au point de départ : Eméc_init = $m_1 \cdot g \cdot h_1 + 0$

Juste avant le choc : Eméc_choc = $0 + 0{,}5\cdot m_1 \cdot V_1^2$

Eméc_init = Eméc_choc $\Rightarrow$ $m_1 \cdot g \cdot h_1 = 0{,}5\cdot m_1 \cdot V_1^2$ $\Rightarrow$ $V_1 = \sqrt{2\cdot g\cdot h_1}$

L'exercice **1.** donne : $V_2' = \dfrac{2\cdot m_1}{m_1+m_2}\cdot V_1 = \underline{\underline{\dfrac{2\cdot m_1}{m_1+m_2}\cdot\sqrt{2\cdot g\cdot h_1}}}$ et $\boxed{V_1' = \dfrac{m_1-m_2}{m_1+m_2}\cdot V_1 = \underline{\underline{\dfrac{m_1-m_2}{m_1+m_2}\cdot\sqrt{2\cdot g\cdot h_1}}}}$

L'énergie mécanique de chacune des boules juste après le choc **(C)** est conservée jusqu'au sommet de leurs trajectoires respectives **(D)** : Eméc_C = Eméc_D

Pour le 1er pendule : $\dfrac{1}{2}\cdot m_1\cdot V_1'^2 + 0 = 0 + m_1\cdot g\cdot h_1' \Rightarrow h_1' = \dfrac{V_1'^2}{2\cdot g} = \left(\dfrac{m_1-m_2}{m_1+m_2}\right)^2\cdot h_1$

Pour le 2ème pendule : $\dfrac{1}{2}\cdot m_2\cdot V_2'^2 + 0 = 0 + m_2\cdot g\cdot h_2' \Rightarrow h_2' = \dfrac{V_2'^2}{2\cdot g} = \left(\dfrac{2\cdot m_1}{m_1+m_2}\right)^2\cdot h_1$

Les hauteurs ne dépendent pas de la gravitation g.
Les mêmes cas limites que dans l'exercice **1.** peuvent être discutés.

B) Choc **mou**

La conservation de la quantité de mouvement donne :

$m_1\cdot V_1 = (m_1+m_2)\cdot V_3 \quad\Rightarrow V_3 = \dfrac{m_1}{m_1+m_2}\cdot V_1$ = vitesse des deux boules après le choc mou.

L'énergie mécanique des boules accolées juste après le choc **(C)** est conservée jusqu'au sommet de leur trajectoire **(D)** : Eméc_C = Eméc_D

$$\frac{1}{2}\cdot(m_1+m_2)\cdot V_3^2 = (m_1+m_2)\cdot g\cdot h' \quad\Rightarrow\quad h' = \frac{V_3^2}{2\cdot g} = \left(\frac{m_1}{m_1+m_2}\right)^2\cdot\frac{V^2}{2\cdot g} = \underline{\underline{\left(\frac{m_1}{m_1+m_2}\right)^2\cdot h_1}}$$

Si la masse $m_1 >> m_2$, la hauteur finale est pratiquement la même que la hauteur initiale.
Si la masse $m_1 = m_2$, la hauteur finale est le quart de la hauteur initiale. Dans ce cas, la perte d'énergie est de 50%.
Si la masse $m_1 << m_2$, la hauteur finale est pratiquement nulle.
