Série 2 : Cinématique : 3D

1. Un objet se déplace à vitesse constante $\vec{V} = \langle 12[m/s]\ ;\ 5[m/s]\ ;\ 0 \rangle$.
Au temps t = 0 [s] sa position est $\vec{r}(0) = \langle 4[m]\ ;\ 9[m]\ ;\ 0[m] \rangle$ relativement au référentiel orthonormé choisi.

a) Faites un dessin précis de la situation.

b) Quelle est l'intensité de sa vitesse ?

c) Notons : $\vec{r}(t) = \langle x(t); y(t); z(t) \rangle$ la trajectoire de l'objet en fonction du temps.
Déterminez x(t) ; y(t) et z(t) en fonction du temps t.

d) Déterminez y en fonction de x.
Avec z = 0 [m], cela donne l'équation cartésienne de la trajectoire.

2. A l'instant t = 0 [s], un objet est lancé horizontalement avec une vitesse $\vec{V}(0) = \langle V_x; 0; 0 \rangle$ de la position $\vec{r}(0) = \langle 0; 0; h \rangle$ relativement au référentiel orthonormé choisi, d'axes x et y horizontaux et z vertical.
Tout frottement est négligé. L'accélération de la pesanteur sera noté g.

a) Faites un dessin précis de la situation.

b) Notons : $\vec{r}(t) = \langle x(t); y(t); z(t) \rangle$ la trajectoire de l'objet en fonction du temps.
Déterminez x(t) ; y(t) et z(t) en fonction du temps t.

c) Déterminez y et z en fonction de x. Cela donne l'équation cartésienne de la trajectoire.

d) Déterminez la vitesse $\vec{V}(t) = \langle V_x(t)\ ;\ V_y(t)\ ;\ V_z(t) \rangle$ en fonction du temps t.

e) A quel instant l'objet touche-t-il le sol qui se trouve à une hauteur z = 0 [m] ?

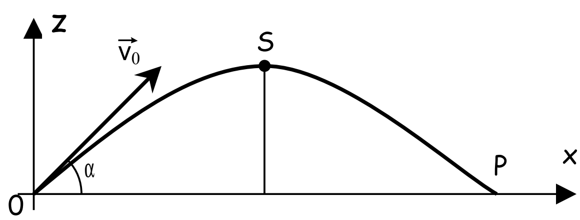
f) Quelle est l'intensité de la vitesse de l'objet lorsqu'il touche le sol ?

3. Considérons les horaires de deux points matériels en mouvement :
$\vec{r}_1(t) = \langle a \cdot t\ ;\ a \cdot t + b \cdot t^2\ ;\ 0 \rangle$ et $\vec{r}_2(t) = \langle c\ ;\ c + b \cdot t^2\ ;\ 0 \rangle$
a, b et c sont des constantes.

a) Démontrez que, quelles que soient les valeurs numériques des constantes a, b et c, les deux points matériels entrent en collision.

b) On donne a = 10 [m/s] ; b = -5,0 [m/s^2] ; c = 30 [m].
° A quel instant a lieu la collision ?
° Quelles sont les coordonnées du point où a lieu la collision ?

4. Soit un tir parabolique (dans le vide)
Les données sont :
V_0 = l'intensité de la vitesse initiale,
α = l'angle du dessin,
$\vec{g}$ = l'accélération de la pesanteur
$\vec{g} = \langle 0\ ;\ 0\ ;\ -g \rangle$



Déterminez:

a) le vecteur $\vec{V}_0$ et les équations paramétriques du mouvement ;

b) l'équation cartésienne de la trajectoire ;

c) les coordonnées du sommet S de la trajectoire ;

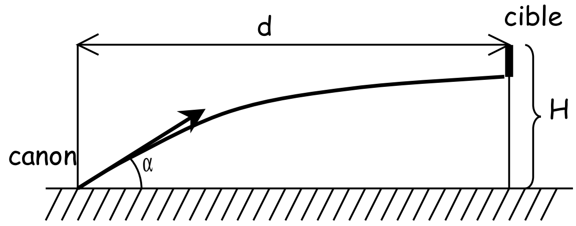
d) la portée du tir x_p ;

e) v_0 étant donné, que doit valoir l'angle α pour que la portée x_p soit maximum ?

Série 2 : Cinématique : 3D

5. <u>Expérience du tir parabolique sur une cible "tombante" :</u>

Données : d et α
A l'instant où le projectile sort du canon, la cible est lâchée.
A quelle hauteur H doit être placée la cible, au départ, pour que le projectile la heurte ?



6. Un avion vole horizontalement à 1'000 [m] d'altitude à la vitesse constante de 200 [km/h]. Il lâche un projectile qui doit atteindre un navire se déplaçant dans la même direction et le même sens à la vitesse constante de 20 [km/h].
A l'instant où le projectile est lâché, quelle doit être la distance horizontale entre l'avion et le navire pour que l'objectif soit atteint ?

7. L'horaire d'un point matériel en mouvement est donné par : $\vec{r}(t)=\langle b\cdot t \;;\; c+d\cdot t^2 \;;\; 0\rangle$
avec b = 2,0 [m/s], c = 1,0 [m] et d = 1 [m/s^2].

a) Déterminez l'équation cartésienne de la trajectoire.
b) Déterminez la vitesse $\vec{V}(t)=\langle V_x(t) \;;\; V_y(t) \;;\; V_z(t)\rangle$, ainsi que $\|\vec{V}(t)\|$.
c) Déterminez l'accélération $\vec{a}(t)=\langle a_x(t) \;;\; a_y(t) \;;\; a_z(t)\rangle$, ainsi que $\|\vec{a}(t)\|$.
d) Déterminez les accélérations tangentielle $a_t(t)$ et normale $a_n(t)$.
e) Déterminez le rayon de courbure ρ(t) de la trajectoire en fonction du temps.
f) Représentez graphiquement la trajectoire r_y en fonction de r_x.
g) En quelques points de la trajectoire, représentez les vecteurs vitesse, accélération, accélération normale et accélération tangentielle.

8. L'horaire d'un point matériel en mouvement est donné par :
$\vec{r}(t)=\langle A_x\cdot\cos(\omega\cdot t) \;;\; A_y\cdot\sin(\omega\cdot t) \;;\; 0\rangle$, A_x, A_y et ω sont des constantes.
Nous nous limiterons au cas où $A_x = A_y = A$.

a) Déterminez l'équation cartésienne de la trajectoire. Comment s'appelle-t-elle ?
b) Déterminez la vitesse $\vec{V}(t)=\langle V_x(t) \;;\; V_y(t) \;;\; V_z(t)\rangle$, ainsi que $\|\vec{V}(t)\|$.
c) Déterminez l'accélération $\vec{a}(t)=\langle a_x(t) \;;\; a_y(t) \;;\; a_z(t)\rangle$, ainsi que $\|\vec{a}(t)\|$.
d) Déterminez les accélérations tangentielle $a_t(t)$ et normale $a_n(t)$.
e) Déterminez le rayon de courbure ρ(t) de la trajectoire en fonction du temps.
f) Représentez graphiquement la trajectoire r_y en fonction de r_x pour $A_x = A_y = 5$ [cm].
g) En quelques points de la trajectoire, représentez les vecteurs vitesse, accélération, accélération normale et accélération tangentielle.

9. Considérons le mouvement de la Lune autour de la Terre.
Dans un référentiel attaché à cette dernière, calculez la vitesse et l'accélération de la Lune. Sa trajectoire sera considérée comme circulaire.

10. Considérons le mouvement de la Terre autour du Soleil.
Dans un référentiel attaché à ce dernier, calculez la vitesse et l'accélération de la Terre. Sa trajectoire sera considérée comme circulaire.