1. *a.* Cette présentation est la plus facile à lire, mais l'incertitude possède un chiffre de trop, qui n'est pas significatif. Correcte : $N_A = (6,0225 \pm 0,0003)\cdot 10^{23}$ [mole^{-1}]

b. Cette présentation est plus difficile à lire, mais cohérente.
Plus agréable serait : $m_e = (9,1091 \pm 0,0004)\cdot 10^{-35}$ [kg]

c. Cette présentation est plus difficile à lire, mais cohérente.
Plus agréable serait : $c = (299'792,5 \pm 0,3)\,[\mathrm{km/s}]$

d. Cette présentation est plus difficile à lire et non cohérente, car l'incertitude porte sur le 5$^{\text{ème}}$ chiffre après la virgule, qui n'est pas indiquée dans le rayon r_0.
Correcte : $r_0 = (5,29170 \pm 0,00007)\cdot 10^{-11}\,[\mathrm{m}]$.
Mieux : $r_0 = (52'917,0 \pm 0,7)\,[\mathrm{fm}]$. $\left(1\,[\mathrm{fm}] = 10^{-15}\,[\mathrm{m}]\right)$

2. *a.* Aire maximale = 210,5 · 297,5 [mm^2] = 62'623,75 [mm^2]
Aire minimale = 209,5 · 296,5 [mm^2] = 62'116,75 [mm^2]

b. Incertitude = $\dfrac{\text{Aire maximale - aire minimale}}{2} = \dfrac{62'623,75 - 62'116,75}{2} = 254\,[\mathrm{mm}^2]$

c. L'incertitude relative d'un produit égale la somme des incertitudes relatives des facteurs.
Incertitude relative = $\dfrac{0,5}{210,0} + \dfrac{0,5}{297,0} = 0,0041 = 0,41\%$.
Incertitude absolue = 210 · 297 [mm^2] · 0,0041 = 256 [mm^2].
On obtient essentiellement le même résultat qu'en *b*.
Donc Aire = 62'370 ± 255 [mm^2]. L'incertitude relative est de 0,41%.

3. L'incertitude sur AB est de $\delta AB = 1,02$ [m]. L'incertitude sur BC est de $\delta BC = 1,10$ [m].
L'incertitude sur une somme est la somme des incertitudes. $\delta AC = 2,12$ [m].
Donc $AC = 212 \pm 2,12$ [m], qui donne une incertitude de 1% et pas de 2%.
Les incertitudes relatives ne s'additionnent pas lors d'une addition ! Elles s'additionnent lors d'une multiplication ou une division.

4. Diamètre extérieur = (19,9 ± 0,05 · 19,9) [mm] = (19,9 ± 1,0) [mm]
L'épaisseur du cylindre est : E = 0,5 · (19,9 − 17,7 ± (0,1 + 1,0)) [mm] = (1,1 ± 0,55) [mm]
L'incertitude absolue est de 0,55 [mm].
L'incertitude relative est de $\dfrac{0,55\,[\mathrm{mm}]}{1,1\,[\mathrm{mm}]} = 0,5 = 50\%$.
Quand on soustrait deux nombres proches, l'incertitude relative peut devenir énorme !

5. Notons $c \pm \delta c$ la longueur du coté du carré.
L'aire du carré est : $(c \pm \delta c)^2 = c^2 \pm 2\cdot c\cdot \delta c + \underbrace{(\delta c)^2}_{\text{négligeable}} = c^2 \pm 2\cdot c\cdot\delta c$
L'incertitude relative égale : $\dfrac{2\cdot c\cdot\delta c}{c^2} = \dfrac{2\cdot\delta c}{c} = 2\cdot\dfrac{\delta c}{c}$ = deux fois l'incertitude relative sur c.
Donc si l'incertitude relative sur c est de 1 %, celle sur son aire est de 2%.

5.suite Notons $c \pm \delta c$ la longueur du coté du cube.
Le volume du cube est : $(c \pm \delta c)^3 = c^3 \pm 3\cdot c^2\cdot\delta c + \underbrace{3\cdot c\cdot(\delta c)^2 \pm (\delta c)^3}_{\text{négligeable}} = c^3 \pm 3\cdot c^2\cdot\delta c$
L'incertitude relative égale : $\dfrac{3\cdot c^2\cdot\delta c}{c^3} = \dfrac{3\cdot\delta c}{c} = 3\cdot\dfrac{\delta c}{c}$ = trois fois l'incertitude relative sur c.
Donc si l'incertitude relative sur c est de 1 %, celle sur son cube est de 3%.

6. L'incertitude absolue sur $(a + b)$ est de $\delta a + \delta b$ et l'incertitude relative est : $\dfrac{\delta a+\delta b}{a+b}$

L'incertitude absolue sur $(c - d)$ est de $\delta c + \delta d$ et l'incertitude relative est : $\dfrac{\delta c+\delta d}{c-d}$

Lors d'un produit, les incertitudes relatives se multiplient. Donc l'incertitude relative sur $(a+b)\cdot(c-d)$ égale $\dfrac{\delta a+\delta b}{a+b} + \dfrac{\delta c+\delta d}{c-d}$.

L'incertitude absolue sur $(a+b)\cdot(c-d)$ égale

$$\left(\frac{\delta a+\delta b}{a+b}+\frac{\delta c+\delta d}{c-d}\right)\cdot(a+b)\cdot(c-d)=\underline{\underline{(\delta a+\delta b)\cdot(c-d)+(\delta c+\delta d)\cdot(a+b)}}$$

6.suite Approche qui semble raisonnable.

L'incertitude absolue sur $(a + b)$ est de $\delta a + \delta b$ et l'incertitude relative est : $\dfrac{\delta a+\delta b}{a+b}$

Lors d'un produit et d'un quotient, les incertitudes relatives se multiplient. Donc l'incertitude relative sur $\dfrac{a\cdot b}{a+b}$ égale $\dfrac{\delta a}{a}+\dfrac{\delta b}{b}+\dfrac{\delta a+\delta b}{a+b}$. Ce résultat est FAUX !

Le résultat est faux, car le "*a*" du numérateur est égale au "*a*" du dénominateur avec la même erreur. De même pour le "*b*". Chaque grandeur ne doit apparaître qu'une seule fois !

$\dfrac{a\cdot b}{a+b}=\dfrac{1}{\frac{a+b}{a\cdot b}}=\dfrac{1}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}}$ L'incertitude absolue sur le dénominateur est : $\dfrac{\delta a}{a^2}+\dfrac{\delta b}{b^2}$

L'incertitude relative de l'expression égale celle du dénominateur qui vaut : $\left(\dfrac{\delta a}{a^2}+\dfrac{\delta b}{b^2}\right)\cdot\dfrac{a\cdot b}{a+b}$.

Elle vaut donc : $\dfrac{\delta a}{a}\cdot\dfrac{b}{a+b}+\dfrac{\delta b}{b}\cdot\dfrac{a}{a+b}$. L'incertitude absolue est : $\delta a\cdot\left(\dfrac{b}{a+b}\right)^2+\delta b\cdot\left(\dfrac{a}{a+b}\right)^2$

7. Le mode STAT de la calculatrice aide beaucoup pour les calculs :

$n = 6$; $\bar{m}=\bar{x} = 700$ [g] ; $\bar{L}=\bar{y} = 35{,}17$ [mm] ; $\Sigma x^2 = 3'640'000$; $\Sigma xy = 182'200$;

<u>$k = a = 0{,}04928$ [mm / g]</u>

<u>$b = 0{,}667$ [mm].</u> Selon la théorie de l'énoncé, cette valeur devrait être nulle. C'est l'élongation pour une masse nulle.

L'incertitude : $\delta k=\dfrac{\sum_{k=1}^{6}|m_k-\bar{m}|}{\Sigma x^2-6\cdot(\bar{x})^2}\cdot\delta L=$

$$\delta k=\frac{|200-700|+|400-700|+|600-700|+|800-700|+|200-1000|+|1200-700|}{3'640'000-6\cdot(700)^2}\cdot 0{,}5$$

$$\delta k=\frac{1'800}{700'000}\cdot 0{,}5 \qquad \underline{\underline{\delta k=0{,}0013[\text{mm/g}]}}$$

Cela fait une incertitude relative de : $\dfrac{\delta k}{k}=\dfrac{0{,}0013}{0{,}049}=0{,}027=2{,}7\%$.

L'incertitude sur b vaut : $\delta b=\delta L+\delta k\cdot\bar{m}=0{,}5+0{,}0013\cdot 700=1{,}41$ [mm]

Cette incertitude étant plus grande que la valeur de b, on peut estimer que la théorie est vérifiée et que pour une masse nulle, l'élongation est bien nulle.

8. Le mode STAT de la calculatrice aide beaucoup pour les calculs :
$n = 5$; $\bar{x} = 10$ [m] ; $\bar{t} = \bar{y} = 4{,}28$ [s] ; $\Sigma x^2 = 660$; $\Sigma xy = 278{,}4$;

Attention, la pente a est l'inverse de la vitesse !

$1 / V = a = 0{,}4025$ [s / m]
Donc la vitesse de la bille était de : $V = 1 / a = 2{,}48$ [m/s]

$b = 0{,}255$ [s] est l'instant lorsque la bille était à la position 0 [m].

L'incertitude : $\delta a = \dfrac{\sum_{k=1}^{5} |x_k - \bar{x}|}{\Sigma x^2 - 5 \cdot (\bar{x})^2} \cdot \delta t =$

$$\delta a = \frac{|2-10|+|6-10|+|10-10|+|14-10|+|18-10|}{660-5\cdot(10)^2} \cdot 0{,}1$$

$\delta a = \dfrac{24}{160} \cdot 0{,}1$ $\quad$ $\delta a = 0{,}015 [\mathrm{s/m}]$

Cela fait une incertitude relative de : $\dfrac{\delta a}{a} = \dfrac{0{,}015}{0{,}4025} = 0{,}037 = 3{,}7\%$.

Cela donne une incertitude sur la vitesse de : $\delta V = 0{,}037 \cdot 2{,}48 [m/s]$ $\quad$ $\delta V = 0{,}092 [m/s]$.

L'incertitude sur b vaut : $\delta b = \delta t + \delta a \cdot \bar{x} = 0{,}1 + 0{,}015 \cdot 10 = 0{,}25$ [s].
Cette incertitude étant proche de la valeur de b, on ne peut pas estimer que la bille était à la position 0 [m] au temps $t = 0$ [s]. Il y a des doutes sur cette hypothèse.