Tirs paraboliques

Buts de l'expérience

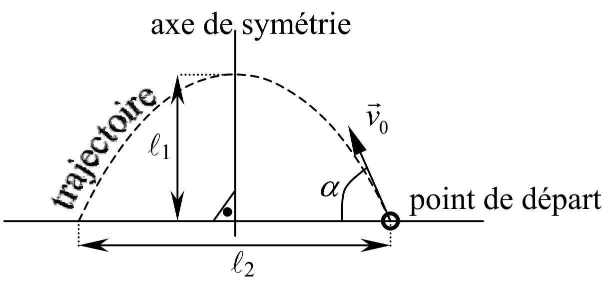
Etude de mouvements uniformément accélérés et mesures de leur vitesse initiale et de leur accélération.

Matériel à disposition

- plaque de verre lisse d'inclinaison fixe, avec support; sur ce support, on trouve un logement en forme de soucoupe pour le mobile, un bras courbé pour le guidage des fils de connexion et un dispositif mécanique de propulsion.
- mobile cylindrique, à base métallique, muni :
  a) d'un dispositif lui permettant de se déplacer sur un coussin d'air ;
  b) d'une électrode sise au centre de sa base ;
  c) de deux interrupteurs et d'une borne pour connexion électrique
- source de tension électrique continue - horloge électronique à affichage digital et dispositif de mesure du temps - feuilles de papier conducteur thermosensible - fils de connexion et électrode – instruments de géométrie.

Eléments de théorie

Un point matériel, de vitesse initiale $\vec{v}_0$, est en mouvement uniformément accéléré si son accélération est constante ($\vec{a} = \overrightarrow{cte}$). Dans le cas où la vitesse et l'accélération n'ont pas la même direction, on peut démontrer - et cela constitue un des buts de l'expérience - que la trajectoire est un arc de parabole, dont l'axe de symétrie est parallèle à l'accélération.
Si α est l'angle que forme la vitesse initiale $\vec{v}_0$ avec la direction perpendiculaire à l'accélération $\vec{a}$, démontrez, de manière théorique, la relation géométrique ci-après :



$$\frac{\ell_1}{\ell_2} = \frac{\tan(\alpha)}{4} \quad \text{relation (1)}$$

Cette relation constitue ce que nous conviendrons d'appeler le **critère de parabolicité**.

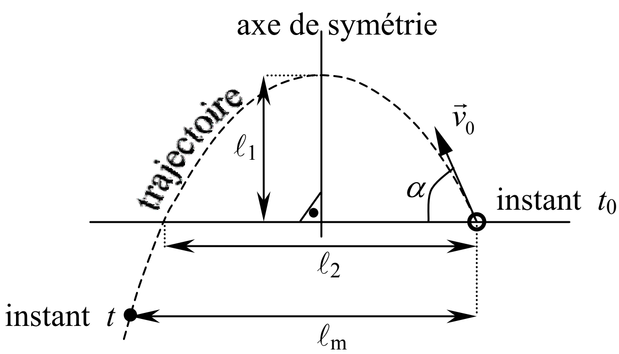
Pour montrer la relation (1), prenez l'axe de symétrie comme axe y, puis décrivez l'équation mathématique d'une parabole de sommet $(0 ; \ell_1)$, passant par $(\ell_2 / 2 ; 0)$ et $(-\ell_2 / 2 ; 0)$.

Ensuite, utilisez le lien entre $\tan(\alpha)$ et la **dérivée** de la parabole en $x = \ell_2 / 2$.

<u>Remarque</u>
Dans le cas d'un tir parabolique dans un champ de gravitation constant $\vec{g}$, la longueur ℓ_1 est la hauteur maximum atteinte par le projectile et ℓ_2 n'est autre que sa portée horizontale.

suite au verso...

A partir de la durée totale $(t - t_0)$ du mouvement parabolique, de la distance horizontale ℓ_m maximum franchie et de l'angle α du tir, on peut obtenir la norme de la vitesse initiale $\vec{v}_0$:



$$v_0 = \frac{\ell_m}{(t - t_0)\cdot\cos(\alpha)} \quad \text{relation (2)}$$

$$v_0^2 \cdot \sin^2(\alpha) = 2 \cdot \ell_1 \cdot a \quad \text{relation (3)}$$

Finalement, l'expression de l'accélération est :

$$a = \frac{2 \cdot \ell^2_{\mathrm{m}} \cdot \tan(\alpha)}{(t - t_0)^2 \cdot \ell_2} \quad \text{relation (4)}$$

La relation (2) se trouve facilement à l'aide de la définition d'une vitesse constante.
La relation (3) peut s'obtenir en écrivant la formule de Torricelli pour une accélération a de distance ℓ_1 depuis le sommet de la parabole.
La relation (4) peut s'obtenir en utilisant les relations (1), (2) et (3).

Manipulations

Découpez une feuille de papier et placez-la, avec précaution, sur la plaque de verre. Posez l'électrode connectée sur cette feuille.
Le circuit électrique, pour l'établissement du coussin d'air, la production d'étincelles, la mesure de la durée du mouvement, sont prêts à fonctionner.
Placez le dispositif de propulsion dans une direction angulaire α choisie. Les trois angles possibles valent, dans notre expérience, 30°,45° et 60°, à 1° près. Logez correctement le mobile cylindrique dans le propulseur, mettez les interrupteurs dans la bonne position, marquez le point de départ en faisant accomplir au propulseur de faibles déplacements transversaux. Après avoir libéré la manette du propulseur, comprimez ses ressorts jusqu'à une position indiquée - qui restera la même au cours de l'expérience - et engagez la manette dans le cran correspondant.
Mettez l'horloge "à zéro", pressez la manette. Le mobile cylindrique se déplace. La trajectoire de son centre est marquée sur le papier. L'horloge indique la durée totale $(t - t_0)$ du mouvement.
Recommencez les mêmes manipulations pour deux autres tirs au moins sous le même angle α.
Effectuez ensuite, pour chacune des deux autres valeurs de α, trois tirs au moins.
Enfin, faites tracer au mobile la ligne horizontale qui joint les points finaux des trajectoires.
Dégagez la feuille et, pour chaque angle α :

- mesurez les longueurs moyennes ℓ_1, ℓ_2, ℓ_m ;
- vérifiez que chaque trajectoire est un arc de parabole, à l'aide de la relation (1) ;
- déterminez les valeurs de la vitesse v_0 et de l'accélération a, à partir des relations (2) et (4) ;
- comparez les trois valeurs de v_0 obtenues et donnez une conclusion ;
- comparez les accélérations a obtenues.