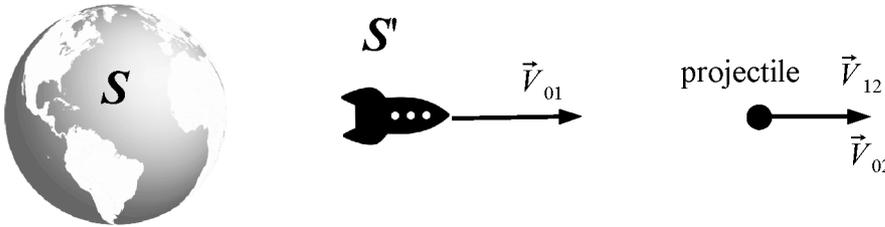


**Exercice 1**

Un vaisseau  $S'$  se déplace à une vitesse de  $0,600 \cdot c$  relativement à la Terre  $S$ . Il éjecte vers l'avant un projectile à une vitesse de  $0,500 \cdot c$  relativement à lui-même.

- 1.1 Classiquement, quelle serait la vitesse du projectile relativement à la Terre ?
- 1.2 Quelle est la vitesse du projectile relativement à la Terre ?
- 1.3 Si le vaisseau  $S'$  éjecte un deuxième projectile à une vitesse de  $0,99999 \cdot c$ . Quelle est la vitesse du deuxième projectile relativement à la Terre ?

**Exercice 2**

- 2.1 Deux OVNI se déplacent par rapport à la Terre à la vitesse de  $0,900 \cdot c$ . Ils vont l'un à la rencontre de l'autre. Avec quelle vitesse un OVNI voit-il venir l'autre ?

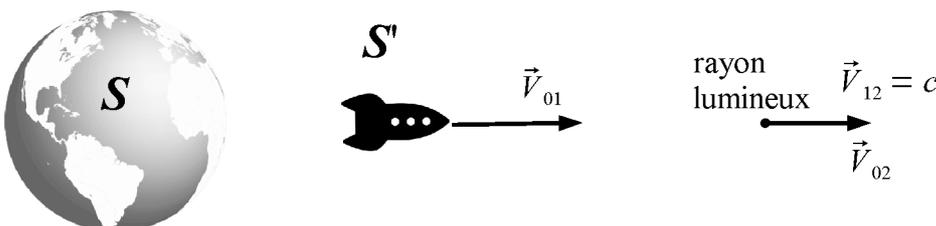


- 2.2 Deux sondes se déplacent par rapport à la Terre à la vitesse de  $300'000 \text{ [m/s]} = 0,001 \cdot c$ . Les humains n'ont jamais réussi à faire atteindre une telle vitesse par un objet plus gros qu'une particule. Elles vont l'une à la rencontre de l'autre. Calculez de manière exacte à quelle vitesse chaque sonde voit l'autre. Les calculs relativistes sont-ils nécessaires dans ce cas ?

**Exercice 3**

Un vaisseau  $S'$  se déplace à une vitesse de  $\beta \cdot c$  relativement à la Terre  $S$ . Il émet un rayon lumineux qui a donc une vitesse de  $c$  relativement à lui-même.

- 3.1 Montrez que la formule d'addition des vitesses indique que la vitesse du rayon lumineux relativement à la Terre est aussi de  $c$ , quelle que soit la valeur de  $\beta$ .
- 3.2 Montrez que si le rayon lumineux avait été émis en direction de la Terre, sa vitesse serait toujours de  $c$ .
- 3.3\* Montrez qu'il en est de même si le rayon lumineux avait été émis perpendiculairement à la direction de déplacement du vaisseau relativement à la Terre.

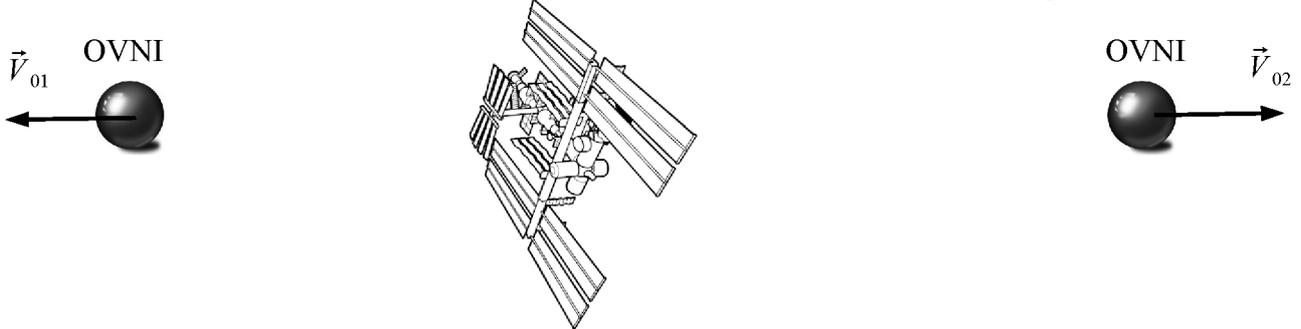


**Exercice 4**

4.1 Deux OVNIS s'éloignent l'un par rapport à l'autre à la vitesse de  $0,900 \cdot c$ .

Une station spatiale se trouve entre les deux OVNIS et constate que leurs vitesses sont les mêmes en valeur absolue.

Quelle est la valeur absolue de la vitesse d'un OVNI relativement à la station spatiale ?

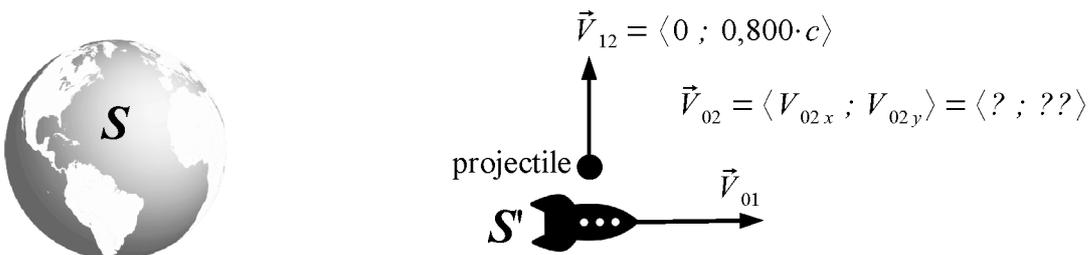
**Exercice 5**

Une fusée  $S'$  se déplace à une vitesse de  $0,700 \cdot c$  relativement à la Terre  $S$ . Il éjecte un projectile à une vitesse de  $0,800 \cdot c$  relativement à lui-même, perpendiculairement à la direction de sa vitesse relativement à la Terre, selon l'axe  $y$ .

5.1 Classiquement, quelle serait la norme de la vitesse du projectile relativement à la Terre ?

5.2 Quelles sont les composantes des vitesses en  $x$  et en  $y$  du projectile relativement à la Terre ?

5.3 Quelle est la norme de la vitesse du deuxième projectile relativement à la Terre ?



Rappels :

$$\beta_{02x} = \frac{\beta_{01} + \beta_{12x}}{1 + \beta_{01} \cdot \beta_{12x}}, \quad \beta_{01} \text{ est par convention toujours dans la direction } x.$$

$$\beta_{02y} = \frac{\beta_{12y}}{1 + \beta_{01} \cdot \beta_{12x}} \cdot \sqrt{1 - \beta_{01}^2}.$$

**Exercice 6, curiosité**

Reprenez l'exercice précédent, dans lequel la vitesse du projectile relativement à la fusée est égal à la vitesse de la lumière.

6.1 Montrez que la norme de la vitesse du projectile relativement à la Terre vaut  $c$ .

6.2 Montrez que cette norme vaut  $c$ , indépendamment de la vitesse de la fusée.

**Exercice 7, challenge**

Reprenons l'idée de l'exercice précédent. Un rayon lumineux est envoyé dans une direction arbitraire depuis la fusée. Sa vitesse est donc  $\vec{\beta}_{12} = \langle \beta_{12x}; \beta_{12y}; \beta_{12z} \rangle$ , avec  $\beta_{12x}^2 + \beta_{12y}^2 + \beta_{12z}^2 = 1$ .

7.1 Montrez que la norme de la vitesse du rayon relativement à la Terre vaut toujours  $c$ .

Remarquez par contre que sa direction n'est pas la même que celle observée depuis la fusée.

**Exercice 8**

Selon le référentiel  $S'$  de la fusée, au temps  $t' = 0$  [s], un projectile se trouve à l'origine du référentiel de la fusée. Il est lancé à une vitesse  $\vec{\beta}'_{12} \cdot c$ .  $\vec{\beta}'_{12} = \langle \beta'_x ; \beta'_y ; \beta'_z \rangle$ .

Donc dans le référentiel  $S'$ , les coordonnées du projectile sont :

$$X' = \beta'_x \cdot ct' ; Y' = \beta'_y \cdot ct' ; Z' = \beta'_z \cdot ct'$$

Rappelons les transformations de Lorentz :

$$X' = \gamma \cdot (X - \beta \cdot ct)$$

$$ct' = \gamma \cdot (ct - \beta \cdot X) \quad \text{où} \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

$$Y' = Y \quad \text{et} \quad Z' = Z$$

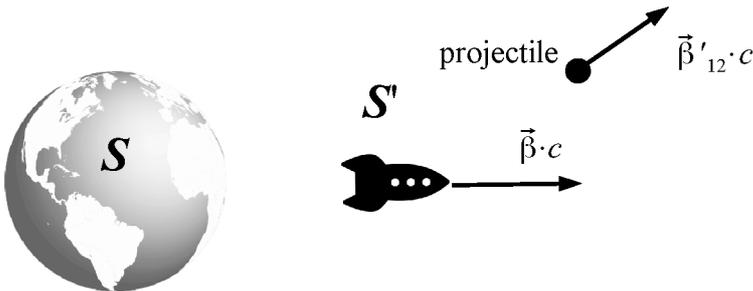
**8.1** En partant de  $X' = \beta'_x \cdot ct'$ , substituez  $X'$  et  $ct'$  par les expressions des transformations de Lorentz, puis isolez  $X$  pour l'exprimer en fonction de  $ct$ .

Vous trouverez :  $X(ct) = \frac{\beta'_x + \beta}{1 + \beta'_x \cdot \beta} \cdot ct$  qui correspond à la loi d'addition des vitesses selon  $x$ .

**8.2** En partant de  $Y' = \beta'_y \cdot ct'$ , substituez  $Y'$  et  $ct'$  par les expressions des transformations de Lorentz, puis substituez le  $X(ct)$  obtenu en 8.1, simplifiez.

Vous trouverez :  $Y = \frac{\beta'_y}{1 + \beta'_x \cdot \beta} \cdot \sqrt{1 - \beta^2} \cdot ct$  qui correspond à la loi d'addition des vitesses selon  $y$ .

Selon l'axe  $z$  c'est pareil.

**Exercice 9**

Qu'est-ce que le diagramme de Minkowski ?

Regardez la vidéo : <https://www.youtube.com/watch?v=2OJ1wVIAcOM>

Plus simple, allez sur <http://www.juggling.ch/gisin/videos/videos.html> et

cherchez 002 - L'Espace-temps, avec le diagramme de Minkowski, très bien expliqué.

Qu'est-ce que le diagramme de Loedel Palumbo, quel est son avantage sur celui de Minkowski ?