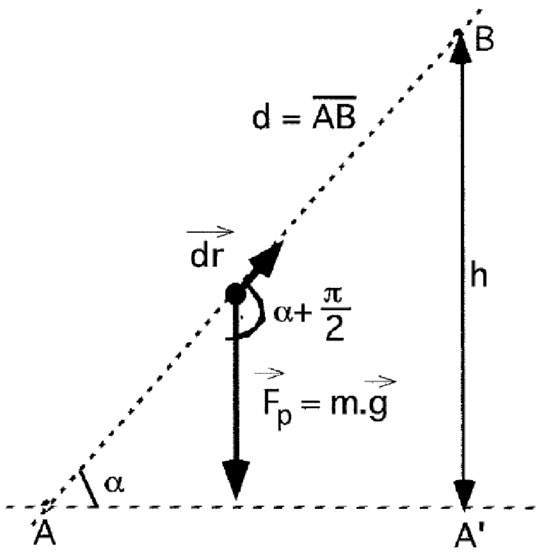
1.



Le travail de la force de pesanteur vaut

$$A = \int_{\vec{r}_A}^{\vec{r}_B} \vec{F}_p \cdot \vec{dr}$$

$\vec{F}_p$ est constante en norme et en direction.

$\vec{dr}$, qui est un vecteur déplacement le long du segment AB, est constant en norme et en direction. Donc le travail est

$$A = F_p \cdot d \cdot \cos(\alpha+\tfrac{\pi}{2}) = -m \cdot g \cdot d \cdot \sin(\alpha) = -m \cdot g \cdot h$$

On peut choisir un autre chemin , par exemple A-A'-B.

Dans ce cas le travail est $A = \int_{\vec{r}_A}^{\vec{r}_{A'}} \vec{F}_p \cdot \vec{dr} + \int_{\vec{r}_{A'}}^{\vec{r}_B} \vec{F}_p \cdot \vec{dr} = 0 - F_p \cdot h = -m \cdot g \cdot h$

ce qui est bien le même résultat. Le travail ne dépend donc pas du chemin parcouru mais seulement de la position des points A et B. La force de pesanteur est conservative.

Ce travail correspond à l'opposé de $\Delta\varepsilon_{pot}$ -> $\Delta\varepsilon_{pot} = -A = m \cdot g \cdot h$.

Ce travail correspond également à une variation de l'énergie cinétique:

$\Delta\varepsilon_{cin} = \frac{1}{2} m \cdot v_B^2 - \frac{1}{2} m \cdot v_A^2 = A = -\, m \cdot g \cdot h.$ Mais on ne connaît pas v_A ...

---

2. Pour les deux corps, la variation d'énergie cinétique est la même. La force de freinage est "la seule à travailler"; elle est constante et opposée à la vitesse. Le travail est :

$$A_{Frés} = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F}_{rés} \cdot d\vec{r} = -F_{freinage} \cdot d$$

d = la distance de freinage.

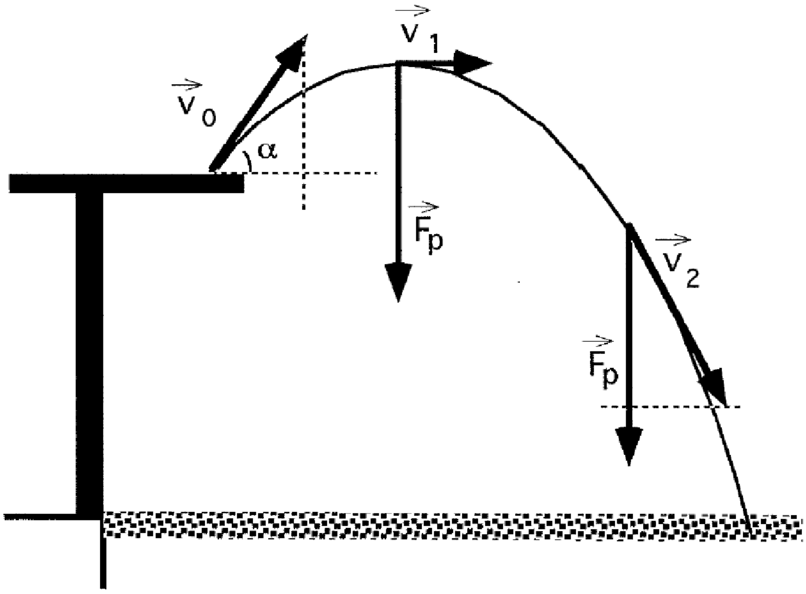
Le signe – vient du fait que la force est opposé au sens de déplacement du corps.

$\Delta E_{Cin1} = \Delta E_{Cin2} = A_{Frés1} = A_{Frés2} = -F_{freinage} \cdot d_1 = -F_{freinage} \cdot d_2$, donc $d_1 = d_2$.

Les deux corps freinent sur la même distance. Le plus lourd avançait moins vite.

3.

En l'absence de frottement, la seule force agissant sur le plongeur est la force de pesanteur, toujours verticale et dirigée vers le bas. L'accélération du plongeur est donc toujours verticale et dirigée vers le bas... La vitesse est tangente à la trajectoire. La composante horizontale de cette vitesse est constante, puisque l'accélération est verticale.



En l'absence de frottement, l'énergie mécanique est conservée:

$$\varepsilon_{\text{méc A}} = \varepsilon_{\text{méc B}}$$

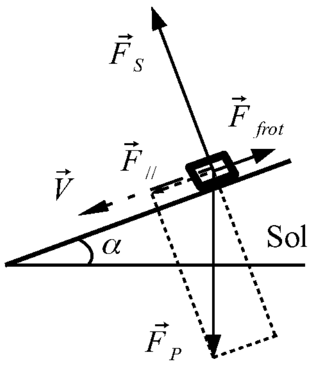
Si l'on choisit $\varepsilon_{pot} = 0$ à la surface de l'eau, on a :

$$\frac{1}{2} m \cdot v_A^2 + m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} m \cdot v_B^2 + 0 \quad \Rightarrow \quad v_B^2 = v_A^2 + 2 \cdot g \cdot h \quad \Rightarrow \quad v_B = 14{,}1 \text{ [m/s]}$$

A noter que ce résultat, qui est la norme de la vitesse, ne dépend pas de l'angle α de départ. En revanche, la direction du vecteur-vitesse au point B dépend de α.

---

4. a) c.f. dessin



b) Pour que la vitesse soit constante en norme et en direction, il faut que la force résultante soit nulle : $\vec{F}_P + \vec{F}_S + \vec{F}_{frot} = \vec{0}$

Puisque $\vec{F}_P + \vec{F}_S = \vec{F}_{//}$ et $F_{//} = m \cdot g \cdot \sin(\alpha)$

On en déduit que $F_{\text{frot}} = m \cdot g \cdot \sin(\alpha)$, de sens opposé à $F_{//}$.

La pente est de 4,0%, donc $\tan(\alpha) = 0{,}040$,

l'angle vaut $\alpha = \arctan(0{,}040) = 2{,}29°$.

$F_{\text{frot}} = 900 \cdot 9{,}81 \cdot \sin(2{,}29) = 353$ [N].

c) Si la route a une longueur de 850 [m], la variation de hauteur vaut :

$h = 850 \cdot 4\% = 34$ [m]

La vitesse étant constante, la variation d'énergie cinétique est nulle, la variation d'énergie mécanique est égale à la variation d'énergie potentielle qui vaut :

$$\Delta E_{méc} = \Delta E_{pot} = -m \cdot g \cdot h = -900 \cdot 9{,}81 \cdot 34 = -300'000 [J]$$

Cette variation est négative, car la voiture descend, elle a donc perdu de l'énergie potentielle.

d) Le travail de la force de frottement sur la distance de 850 [m] vaut :

$$W_{850\,[\text{m}]} = -F_{Frot} \cdot d = -353 \cdot 850 = -300'000 [J]$$

Le signe est négatif, car la force de frottement est de sens opposé au déplacement.

Ce travail est égal à la variation d'énergie mécanique, selon la loi : $\Delta E_{méc} = W_{F\,frot} + W_{F\,motrice}$

Ici, il n'y a pas de force motrice.

e) Lorsque la voiture remonte, son énergie mécanique augmente : $\Delta E_{méc} = \Delta E_{pot} = 300'000 [J]$

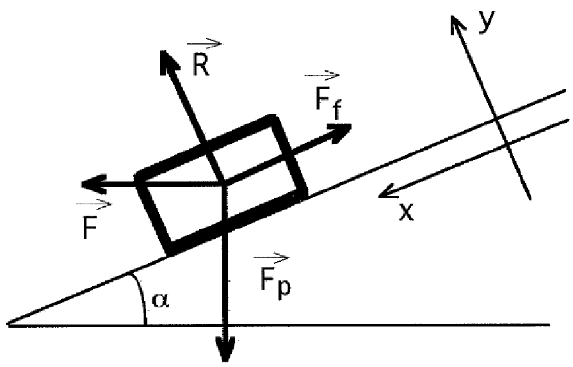
Cette fois, il y a une force motrice et :

$$W_{F\,motrice} = \Delta E_{méc} - W_{F\,frot} = 300'000 - (-300'000) = 600'000 [J]$$

5.

a- La force résultante est dans la direction du plan incliné.

Frés = **F** + **F**p + **F**f + **R**



projection sur x :

$F_{résx} = F\cdot\cos(\alpha) + F_p\cdot\sin(\alpha) - F_f = F_{rés}$

projection sur y :

$F_{résy} = F\cdot\sin(\alpha) - F_p\cdot\cos(\alpha) + R = 0$, donc $R = F_p\cdot\cos(\alpha) - F\cdot\sin(\alpha)$

En posant $F_p = m\cdot g$, $F_f = \mu\cdot R$ et en remplaçant R par sa valeur, on obtient:

$F_{rés} = F\cdot\cos(\alpha) + F_p\cdot\sin(\alpha) - \mu\cdot(F_p\cdot\cos(\alpha) - F\cdot\sin(\alpha)) = 13$ [N]

Cette force est constante et dans le même sens que le déplacement, donc

$A_{Frés} = F_{rés}\cdot d = 13\cdot 20 = 260$ [J]

Pour calculer les travaux des forces individuelles, on constate que toutes les forces sont des constantes vectorielles et que l'angle entre chacune des forces et le déplacement est constant, ce qui donne

$A_F = F\cdot d\cdot\cos(\alpha) = 387$ [J]

$A_{Fp} = m\cdot g\cdot d\cdot\cos(\pi/2-\alpha) = 207$ [J]

$A_R = R\cdot d\cdot\cos(\pi/2) = 0$ [J]

$A_{Ff} = \mu\cdot R\cdot d\cdot\cos(\pi) = -334$ [J]

$A_{Frés} = A_F + A_{Fp} + A_R + A_{Ff} = 260$ [J]

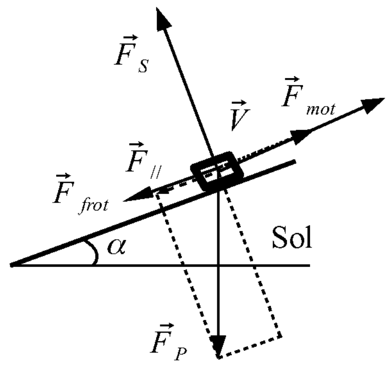
b- Théorème de l'énergie cinétique :

$$\Delta\varepsilon_{cin} = A_{Frés} = \frac{1}{2}\cdot m\cdot v_f^2 - \frac{1}{2}\cdot m\cdot v_i^2 = 260 \text{ [J]}$$

$v_f = 15,2$ [m/s]

---

6. a) c.f. dessin, cette exercice est similaire à l'exercice 4.



b) La vitesse étant constante, la variation d'énergie cinétique est nulle, la variation d'énergie mécanique est égale à la variation d'énergie potentielle qui vaut : $\Delta E_{méc} = \Delta E_{pot} = m\cdot g\cdot h = 83,0\cdot 9,81\cdot 870 = 7,08\cdot 10^5[J]$

Cette variation est positive, car la cycliste monte.

c) Si la force de frottement est nulle, c'est le cycliste qui a fourni cette énergie : $W_{F\,motrice} = \Delta E_{méc} - W_{F\,frot} = 7,08\cdot 10^5[J]$.

Distance parcourrue vaut : $d = 870 / \sin(5,26°) = 9'490$ [m]. 5,26° = arctan(9,20%)

Donc le temps pris pour la parcourrir vaut :

$t = d / V = 9'490 / 3,72 = 2'550$ [s] (V = 13,4 [km/h] = 3,72 [m/s])

La puissance fournie par le cycliste vaut : $P = \dfrac{\Delta E_{méc}}{t} = \dfrac{7,08\cdot 10^5[J]}{2'550[s]} = 278[W]$

Cette puissance peut aussi se calculer par : $P = F_{mot}\cdot V = m\cdot g\cdot\sin(\alpha)\cdot V = 83\cdot 9,81\cdot\sin(5,26°)\cdot 3,72 = 278[W]$.

d) Si la puissance fournie vaut 480 [W], alors le travail de la force motrice vaut : $480\cdot 2'550 = 1,22\cdot 10^6$ [J]

Le travail de la force de frottement vaut :

$$W_{F\,frot} = \Delta E_{méc} - W_{F\,motrice} = 7,08\cdot 10^5 - 1,22\cdot 10^6 = -5,12\cdot 10^5[J]$$

La force de frottement vaut : $F_{Frot} = -\dfrac{W_{F\,frot}}{d} = \dfrac{5,12\cdot 10^5[J]}{9'490[m]} = 54,0[N]$. ("−" car F_{frot} opposé à d)

7.

$P = \frac{dA}{dt} = \vec{F} \bullet \frac{\vec{dl}}{dt} = \vec{F} \bullet \vec{v}$ si = $\vec{F}$ et $\vec{v}$ sont parallèles, alors $P = F \cdot v$

A plat le moteur développe une puissance de 50 [CV] $\Rightarrow$ P = 50 [CV]·736 [W/CV] = 3,69·10⁴ [W]

La vitesse est constante $\rightarrow a = 0 \Rightarrow F_{résultante} = 0$ et $F_{résultante} = F_{motrice} - F_{frottement} = 0$

$\Rightarrow F_{motrice} = F_{frottement} = \frac{P}{v} = \frac{3{,}68 \cdot 10^4}{32} = 1{,}15 \cdot 10^3$ [N]

a) Vitesse sur une côte de 5% (montée)

$\text{tg}\,\alpha = 0{,}05 \approx \alpha \approx \sin\alpha$

La vitesse est constante $\rightarrow a = 0 \Rightarrow F_{résultante} = 0$

$F_{résultante} = F_{motrice} - F_{frottement} - F_{p\ parallèle} = \frac{P}{v} - F_{frottement} - mg \sin\alpha = 0$

$v = \frac{P}{mg \sin\alpha + F_{frottement}} = \frac{3{,}68 \cdot 10^4}{10^3 \cdot 9.81 \cdot 0{,}05 + 1150} = 22{,}4$ [m/s]

b) Vitesse sur une côte de 5% (descente)

$F_{résultante} = F_{motrice} - F_{frottement} + F_{p\ parallèle} = \frac{P}{v} - F_{frottement} + mg \sin\alpha = 0$

$\Rightarrow v = 56{,}6$ [m/s]

Transformations d'énergie :

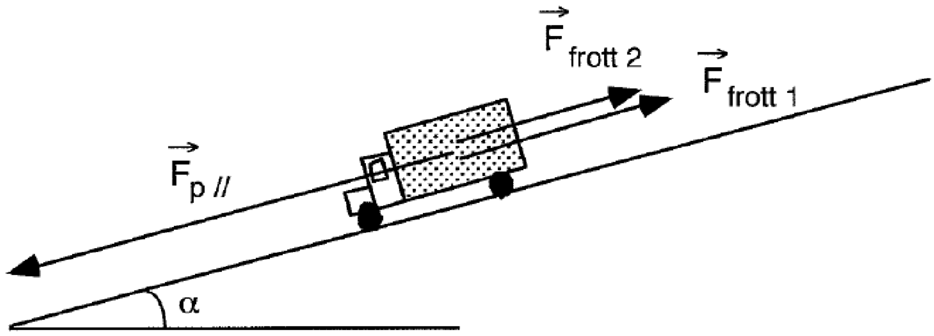
A plat : $\varepsilon_{moteur} \rightarrow \varepsilon_{calorifique}$

A la montée : $\varepsilon_{moteur} \rightarrow \varepsilon_{calorifique} + \varepsilon_{potentielle}$

A la descente : $\varepsilon_{potentielle} + \varepsilon_{moteur} \rightarrow \varepsilon_{calorifique}$

8.

Forces en présence :



$F_{p//} = mg \sin \alpha$

$F_{frott\ 1} = \mu\, mg \cos \alpha$ frottement dû à la route

$F_{frott\ 2} = \frac{1}{2} c s \rho v^2$ frottement dû à l'air (Borda)

a) Vitesse limite de la voiture sans moteur :

Si la voiture atteint la vitesse limite, alors v = constante donc $F_{résultante} = 0 \Rightarrow$

$F_{résultante} = F_{p//} - F_{frott\ 1} - F_{frott\ 2} = mg \sin \alpha - \mu\, mg \cos \alpha - \frac{1}{2} c s \rho v^2 = 0 \Rightarrow$

$$v = \sqrt{\frac{2mg\ (\sin \alpha - \mu \cos \alpha)}{\rho c s}} = 21{,}5\ [\text{m/s}]$$

b) Vitesse limite de la voiture avec le moteur :

$F_{résultante} = F_{p//} + F_{moteur} - F_{frott\ 1} - F_{frott\ 2} =$

$mg \sin \alpha + \frac{P}{v} - \mu\, mg \cos \alpha - \frac{1}{2} c s \rho v^2 = 0$ qui est une équation du 3e degré !

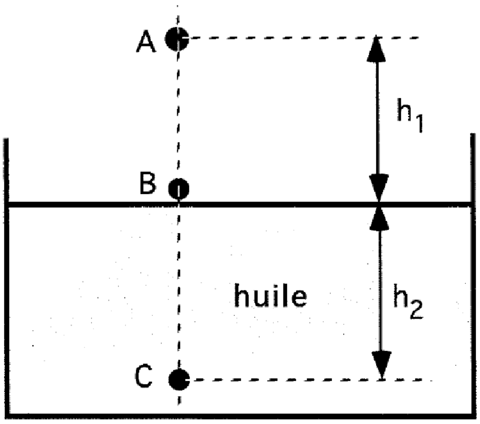
c) Transformations d'énergie :

a) $\varepsilon_{potentielle} \rightarrow \varepsilon_{calorifique\ (sol\ +\ air)} + \varepsilon_{cin}$

b) $\varepsilon_{potentielle} + \varepsilon_{moteur} \rightarrow \varepsilon_{calorifique\ (sol\ +\ air)} + \varepsilon_{cin}$

Remarque : l'énergie mécanique n'est pas conservée car l'énergie potentielle diminue et l'énergie cinétique reste constante.

9.



Dans la première partie de la chute, l'énergie mécanique de la bille est conservée pour autant que l'on considère les frottements dans l'air comme négligeables. La vitesse de la bille juste avant de toucher la surface de l'huile est donc $v_B^2 = 2 \cdot g \cdot h_1$

Dans la deuxième partie de la chute, une nouvelle force apparaît: la force d'Archimède, qui est conservative. La variation d'énergie potentielle entre les points B et C est :

$$\Delta\varepsilon_{potBC} = -A_{Fpesanteur} - A_{FArchimède} = - m \cdot g \cdot h_2 + \rho_{huile} \cdot V \cdot g \cdot h_2 =$$

$$\Delta\varepsilon_{potBC} = - m \cdot g \cdot h_2 \cdot (1 - \frac{\rho_{huile}}{\rho_{bille}})$$

$$\Delta\varepsilon_{mécBC} = \Delta\varepsilon_{cinBC} + \Delta\varepsilon_{potBC} = A_{Ffrottement} = -F_{fmoyenne} \cdot h_2$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_C^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_B^2 - m \cdot g \cdot h_2 \cdot (1 - \frac{\rho_{huile}}{\rho_{bille}}) = -F_{fmoyenne} \cdot h_2$$

$$F_{fmoyenne} = -\frac{m \cdot v_C^2}{2 \cdot h_2} + \frac{m \cdot g \cdot h_1}{h_2} + m \cdot g \cdot (1 - \frac{\rho_{huile}}{\rho_{bille}}) = - 0{,}1 + 2{,}5 + 0{,}44 = 2{,}84 \text{ [N]}$$

($\rho_{huile} = 900$ [kg/m³] $\rho_{bille} = 7800$ [kg/m³])