

Exercice (3) 1 Numéros ()

a) Force résultante agissant sur q:

$$\vec{F}_R = \vec{F}_{\text{ressort}} + \vec{F}_{\text{el}}$$

Remarque: tout se passe suivant un axe (x)
Ainsi on peut écrire: (sens ⊕ de gauche à droite)

$$F_R = -kx + K \cdot \frac{q \cdot q'}{(d-x)^2} \quad \left. \begin{array}{l} \text{* si } q \text{ et } q' \text{ sont} \\ \text{de même signe:} \\ \text{répulsion } \Rightarrow \text{ le} \\ \text{signe } \ominus \text{ est correct.} \end{array} \right\}$$

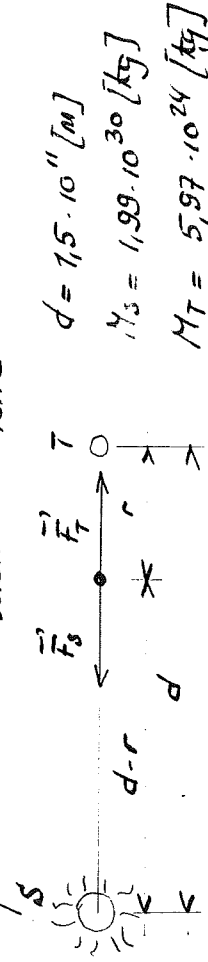
b) Equilibre $\Rightarrow \vec{F}_R = 0$

$$+ (d-x)^2 kx + K q \cdot q' = 0$$

Equation du 3ème degré à résoudre!

Exercice (9) 2

Equilibre $\Rightarrow \vec{F}_{\text{soleil}} = -\vec{F}_{\text{Terre}}$



$$\frac{M_S}{(d-r)^2} = \frac{M_T}{r^2} \Rightarrow \frac{r^2}{(d-r)^2} = \frac{M_T}{M_S}$$

$$\frac{r}{d-r} = \sqrt{\frac{M_T}{M_S}} = 1,73 \cdot 10^{-3}$$

$$r = (1,5 \cdot 10^8 - r) \cdot 1,73 \cdot 10^{-3} \Rightarrow r \approx 2,6 \cdot 10^8 \text{ [m]}$$

négligeable

Exercice (25) 3

a) Equilibre $\Rightarrow \vec{F}_R = \vec{0} \Rightarrow \vec{F}_{\text{moteur}} = \vec{F}_p = m \cdot \vec{g}$

$$b) a = \frac{\vec{F}_R}{m} = \frac{\vec{F}_{\text{moteur}} - \vec{F}_p}{m} \Rightarrow \vec{F}_{\text{moteur}} = m(g+a)$$

c) Equilibre $F_m = m \cdot g = 5 \cdot 10^4 \cdot 9,81 = 4,9 \cdot 10^5 \text{ [N]}$

$$a = 20 \text{ [m/s}^2\text{]} \quad F_m = m \cdot (g+a) = 5 \cdot 10^4 (29,8) = 1,5 \cdot 10^6 \text{ [N]}$$

Exercice (13) 4

1) Dans un champ de pesanteur (sans frottement) on a:

$$\vec{F}_R = \vec{F}_p = m \cdot \vec{g}$$

la loi fondamentale implique

$$\vec{F}_R = m \cdot \vec{a}$$

$$m \vec{g} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g} \quad \text{indépendant de la masse}$$

2) Dans un champ électrique (sans frottement) on a:

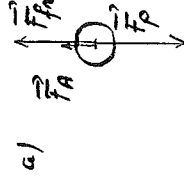
$$\vec{F}_R = \vec{F}_E = q \cdot \vec{E}$$

ainsi:

$$q \cdot \vec{E} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow$$

$$\vec{a} = \frac{q \cdot \vec{E}}{m} \quad \text{dépend de la masse}$$

Exercice (6) 5



$$\vec{F}_{\text{pilot}} = 6 \pi \eta r v$$

$$\vec{F}_A = S_{H_2O} \cdot V \cdot g$$

$$\vec{F}_p = S_b \cdot V \cdot g$$

$$V = \frac{4}{3} \pi \cdot R^3$$

$$S_b = 2,5 \cdot 10^3 \text{ [kg/m}^3\text{]}$$

b) $v_{\text{lim}} (v = \text{cte}) \Rightarrow \text{M.R.U.} \Rightarrow \vec{F}_R = \vec{0}$

$$\vec{F}_p = \vec{F}_A + \vec{F}_{\text{pilot}}$$

$$(S_b - S_{H_2O}) \frac{4}{3} \pi R^3 \cdot g = 6 \pi \eta R v_{\text{lim}}$$

$$v_{\text{lim}} = \frac{2}{9} \frac{(S_b - S_{H_2O}) \cdot R^2 \cdot g}{\eta_{H_2O}} = \frac{2 (2,5 \cdot 10^3 - 1 \cdot 10^3) \cdot (2 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 9,81}{1 \cdot 10^{-3}} = 13 \frac{\text{[m]}}{\text{[s]}}$$

Exercice 5 : suite

Remarque: la vitesse trouvée implique un mol turbulent.
 Note hypothèse n'est pas compatible avec les données de l'application numérique.

c) $F_R = m \cdot a$

$$a = \frac{F_R}{m_b} = \frac{(S_b - S_{H_2O})}{m_b} \cdot \frac{V}{V} \cdot g - \frac{6\pi \eta R_{H_2O}}{S_b \cdot \frac{4}{3}\pi R^3} \cdot \frac{1}{2} \left(\frac{2(S_b - S_{H_2O})}{g} \right) \frac{2^2 g}{2 \eta_{H_2O}} \quad \underbrace{v_{lim}}_{\text{ne dépend ni de } R \text{ ni de } \eta}$$

$$a = \left(\frac{S_b - S_{H_2O}}{S_b} \right) \cdot g \cdot \left(1 - \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{2} \frac{S_b - S_{H_2O}}{S_b} \cdot g$$

$$a = \frac{1}{2} \frac{1,5 \cdot 10^3}{2,5 \cdot 10^3} \cdot 9,81 = 2,9 \left[\frac{m}{s^2} \right]$$

d) Non! puisque F_{flot} dépend de v

e) Réponses sous b) et c)

Exercice (17): 6

c.f. 16b)

$$v_{lim} = \frac{2(S_{H_2O} - S_{air}) \cdot R^2 \cdot g}{\eta_{air}} \Rightarrow R^2 = \frac{g}{2} \frac{v_{lim} \cdot \eta_{air}}{(S_{H_2O} - S_{air}) \cdot g}$$

$$R^2 = \frac{g}{2} \frac{0,5 \cdot 1,8 \cdot 10^{-5}}{(1 \cdot 10^3 - 1/3) \cdot 9,81} = 4,1 \cdot 10^{-9}$$

neglg.

$$R = 6,4 \cdot 10^{-5} [m] \quad \phi = 0,13 [mm]$$

Exercice (18): 7

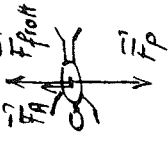
v_{lim} proportionnelle à R^2 c.f. 16b)

$$v_{lim,1} = cte \cdot R_1^2 \quad v_{lim,2} = cte \cdot R_2^2 = cte (2R_1)^2$$

$$v_{lim,2} = cte \cdot 4 \cdot R_1^2 = 4 v_{lim,1}$$

Exercice (19): 8

$$v_{lim} (v = cte) \Rightarrow M.R.U. \Leftrightarrow \vec{F}_R = \vec{0}$$



$$F_p = m \cdot g = 100 \cdot 9,81 = 981 [N]$$

$$F_{flot} = \frac{1}{2} C S \rho v^2 \quad (\text{mol turbulent})$$

$$F_A = f_{air} \cdot v \cdot g = 1,3 \cdot 0,1 \cdot 9,81 = 1,3 [N] \quad \text{négligeable}$$

$$\vec{F}_R = \vec{0} \Rightarrow F_p = F_{flot}$$

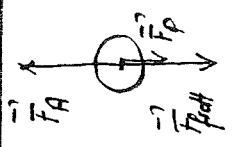
$$m \cdot g = \frac{1}{2} C S \rho v_{lim}^2 \Rightarrow v_{lim}^2 = \frac{2 m g}{C S \cdot \rho}$$

$$v_{lim,1}^2 = \frac{2 \cdot 100 \cdot 9,81}{0,8 \cdot 0,8 \cdot 1,3} = 2,4 \cdot 10^3 \Rightarrow v_{lim,1} = 50 [m/s]$$

$$v_{lim,2}^2 = \frac{2 \cdot 100 \cdot 9,81}{0,2 \cdot 0,15 \cdot 1,3} = 5,0 \cdot 10^4 \Rightarrow v_{lim,2} = 220 [m/s]$$

Remarque: si la vitesse limite de 50 [m/s] (180 [km/h]) est parfaitement réaliste pour la position "couchée" utilisée pour réaliser des figures, la vitesse de 220 [m/s] (800 [km/h]) est totalement fautive. En effet la vitesse atteinte par un parachutiste, tête au vent et les bras collés au corps ne dépasse guère les 300 [km/h]. Le coefficient $C = 0,2$ est largement sous-estimé et d'ailleurs par la loi empirique $F = \frac{1}{2} C S \rho v^2$ sort de son domaine de validité dans l'air ($5 \cdot 10^5 < v < 5 \cdot 10^6$).

Exercice (20): 9



$$v_{lim} (v = cte) \Rightarrow M.R.U. \Leftrightarrow \vec{F}_R = \vec{0}$$

$$F_p = m \cdot g$$

$$F_A = f_{H_2O} \cdot v \cdot g$$

$$F_{flot, turb} = \frac{1}{2} \rho \cdot S \cdot C \cdot v^2 \quad \text{ou} \quad F_{p, lam} = 6\pi \eta R_{H_2O} \cdot v$$

Écoulement laminaire:

$$\begin{aligned} \bar{F}_A &= \bar{F}_p + \bar{F}_{\text{frot}}^{\text{lam}} \\ S_{H_2O} \cdot V \cdot g &= m \cdot g + 6\pi R \eta_{H_2O} \cdot V \\ \Rightarrow V &= \frac{g(S_{H_2O} \cdot V - m)}{6\pi R \eta_{H_2O}} = \frac{9,81 \left(1 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 0,1^3 - 0,2 \right)}{6\pi \cdot 0,1 \cdot 10 \cdot 10^{-3}} \end{aligned}$$

$$V_{\text{lim}} (\text{laminaire}) = 2,1 \cdot 10^{-4} [\text{m/s}] !!!$$

Écoulement turbulent:

$$\bar{F}_A = \bar{F}_p + \bar{F}_{\text{frot}}^{\text{turb.}} \quad \left\{ \begin{array}{l} C = 0,24 \\ S_{H_2O} = 1,0 \cdot 10^{-3} [\text{kg/m}^3] \end{array} \right.$$

$$\begin{aligned} S_{H_2O} \cdot V \cdot g &= m \cdot g + \frac{1}{2} S_{H_2O} \cdot C \cdot V^2 \\ \Rightarrow V^2 &= \frac{2g(S_{H_2O} \cdot V - m)}{S_{H_2O} \cdot C} = \frac{2 \cdot 9,81 \left(1 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 0,1^3 - 0,2 \right)}{10 \cdot 10^{-3} \cdot 0,24 \cdot \pi \cdot 0,24} \end{aligned}$$

$$V_{\text{lim turb}} = 3,2 [\text{m/s}]$$

L'écoulement laminaire donne une vitesse limite supérieure à 20 [m/s] !!! La vitesse limite de l'écoulement turb. paraît elle possible.

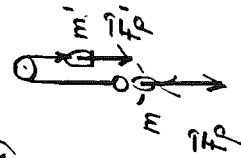
Exercice (27) 10

a) Forces agissant sur le système:

$$\bar{F}_p = m \cdot g \quad \text{et} \quad \bar{F}_p' = m' \cdot g$$

m: masse de l'homme

m': masse du contrepoids



$$\bar{F}_R = \bar{F}_p - \bar{F}_p' = m \cdot a \Rightarrow a = \frac{\bar{F}_p - \bar{F}_p'}{m + m'}$$

$$a = \frac{g(100 - 70)}{100 + 70} = \frac{9,81 \cdot 30}{170} = 1,7 [\text{m/s}^2]$$

$$\text{H.R.U.A: } v = \sqrt{2ah} = \sqrt{2 \cdot 1,7 \cdot 10} = 5,9 [\text{m/s}]$$

b) - se retenir à la corde du contrepoids.
- s'acheter une poulie avec frottement!

Exercice (22) 11

$$\bar{F}_R = m \cdot a \Rightarrow a = \frac{\bar{F}_R}{m} = \frac{(1,1 - \frac{2}{3}) \mu_0 \cdot m \cdot g}{m}$$

$$\left. \begin{aligned} F_{\text{friction}} &= 1,1 \cdot \mu_0 \cdot m \cdot g \\ F_{\text{frot}} &= \mu \cdot m \cdot g = \frac{2}{3} \cdot \mu_0 \cdot m \cdot g \end{aligned} \right\} F_R = F_{\text{friction}} - F_{\text{frot}}$$

$$a = 0,433 \cdot \mu_0 \cdot g$$

Exercice (21) 12

a) m est en équilibre

$$R = \bar{F}_p$$

$$\bar{F}_{\text{frot}} = F = m' \cdot g$$

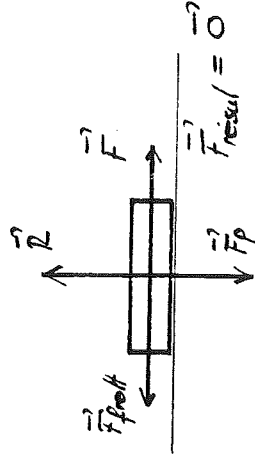
$$\text{avec } \bar{F}_{\text{frot}} \leq \mu_0 \cdot m \cdot g \quad (m \cdot g = \text{force normale})$$

Cas limite:

$$\mu_0 \cdot m \cdot g = m' \cdot g \Rightarrow m' = \mu_0 \cdot m$$

$$b) m'' > m' \Rightarrow \bar{F}_{\text{résul}} = m \cdot a_{\text{tot}}$$

$$a = \frac{\bar{F}_{\text{rés}}}{m_{\text{tot}}} = \frac{m'' \cdot g - \mu \cdot m \cdot g}{m + m''}$$



$$c) m''_{\text{lim}} = ? \quad \text{pour } a = 0 \quad \bar{F}_{\text{résul}} = 0$$

$$F = m''_{\text{lim}} \cdot g = \bar{F}_{\text{frot}} = \mu \cdot m \cdot g$$

$$m''_{\text{lim}} = \mu \cdot m$$

$$d) \underline{m'} = \mu_0 \cdot m = 0,74 \cdot 5 = 3,7 [\text{kg}]$$

$$\underline{a} = \frac{m'' \cdot g - \mu \cdot m \cdot g}{m + m''} = \frac{(3,8 - 0,57 \cdot 5) \cdot 9,81}{5 + 3,8} = 1,1 \frac{[\text{m}]}{[\text{s}^2]}$$

$$\underline{m''_{\text{lim}}} = \mu \cdot m = 0,57 \cdot 5 = 2,85 [\text{kg}]$$

Exercice 12: suite

Discussion: si $m' \leq 3,7 \text{ [kg]}$ le système reste immobile (s'il était immobile au départ)

si $m' > 3,7 \text{ [kg]}$ le système se met en mot. et accélère.

si le système est déjà en mouvement:

$m' < 2,85 \text{ kg}$ le système ralentit et s'arrête.

$m' = 2,85 \text{ kg}$ la vitesse reste constante.

$m' > 2,85 \text{ kg}$ le système accélère.

Exercice (24) 13

$$v_{\max} = cte \Rightarrow \vec{F}_R = \vec{0} \Rightarrow F_m = F_{\text{frot}}$$

(route horizontale)

$$P = F_m \cdot v_{\max} \Rightarrow v_{\max} = \frac{P}{F_m}$$

$$v = \frac{P}{\frac{1}{2} \cdot C \cdot S \cdot f \cdot v^2} \Rightarrow v = \sqrt[3]{\frac{P}{\frac{1}{2} C \cdot S \cdot f}}$$

$$v_{\max} = \sqrt[3]{\frac{42 \cdot 10^3}{\frac{1}{2} \cdot 0,32 \cdot 1,2 \cdot 1,29}} = 5,5 \cdot 10^1 \text{ [m/s]} \quad (\sim 200 \text{ [km/h]})$$

Remarque: la vitesse est trop élevée même si ne tient pas des autres frottements! S est trop petit! Si on prend $S = 3 \text{ [m}^2\text{]}$ ($2 \text{ m} \times 1,5 \text{ m}$) on trouve une vitesse maximum de $\sim 140 \text{ [km/h]}$.

Exercice (33) 14

a) Equilibre limite

$$\vec{F}_{\text{frot}} + \vec{F}_T = \vec{0}$$

$$\vec{R} + \vec{F}_N = \vec{0}$$



$$F_{\text{frot}} = F_T$$

$$\mu_0 \cdot F_N = F_T$$

$$\mu_0 \cdot mg \cos \alpha = mg \sin \alpha$$

$$\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \tan \alpha = \mu_0$$

$$\alpha_{\max} = \arctan \mu_0$$

$$b) \left. \begin{aligned} F_R &= F_T - F_{\text{frot}} \\ F_N &= mg \cos \alpha \end{aligned} \right\}$$

$$F_R = mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha = mg (\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$$

$$a = \frac{F_R}{m} = g (\sin \alpha - \mu \cos \alpha) \quad \text{avec } \alpha = \alpha_{\max}$$

$$c) 1) \alpha = \arctan 2,3 = 66,5^\circ$$

$$a = g (\sin 66,5 - 1,2 \cos 66,5) = 4,3 \text{ [m/s}^2\text{]}$$

$$2) \alpha = \arctan 0,6 = 31^\circ \quad a = 0 \text{ car } \mu = 0,6$$

$$3) \alpha = \arctan 0,05 = 2,9^\circ$$

Exercice (34) 15



$$F_R = F_T = mg \sin \alpha$$

$$a = \frac{F_R}{m} = g \sin \alpha = cte \Rightarrow \text{M.R.U.A.}$$

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t + x_0 \\ v = a t + v_0 \end{cases} \quad \begin{cases} x = -\frac{g \sin \alpha}{2} \cdot t^2 + v_0 \cdot t \\ v = -g \sin \alpha t + v_0 \end{cases}$$

$$a) x_{\max} \text{ domé par } v = 0: t = \frac{v_0}{g \sin \alpha}$$

$$x_{\max} = -\frac{g \sin \alpha}{2} \left(\frac{v_0}{g \sin \alpha} \right)^2 + v_0 \left(\frac{v_0}{g \sin \alpha} \right) = \frac{v_0^2}{2 g \sin \alpha}$$

Ex 15 suite:

$\frac{h}{x} = \sin \alpha \Rightarrow h_{\max} = x_{\max} \sin \alpha = \frac{v_0^2}{2g}$ Indépendant de α !

b) c.f. a) $t = \frac{v_0}{g \sin \alpha}$

c) $\vec{v}_{fin} = -v_0$

push/cation: $x = -\frac{g \sin \alpha}{2} \cdot t^2 + x_{\max} = 0$

$\frac{g \sin \alpha}{2} \cdot t^2 = \frac{v_0^2}{2g \sin \alpha} \Rightarrow t = \frac{2 \cdot v_0}{g \sin \alpha}$

$v = -g \sin \alpha \cdot t + v_0 = -g \sin \alpha \cdot \frac{2v_0}{g \sin \alpha} = -2v_0 + v_0 = -v_0$

d) $h_{\max} = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{1^2}{2 \cdot 9,81} = 5,1 \cdot 10^{-2} [m]$

$t = \frac{v_0}{g \sin \alpha} = \frac{1}{9,81 \cdot 0,5} = 0,20 [s]$

Exercice (35): 16

a) $F_R = F_T + F_{\text{frot}} = mg \sin \alpha + \mu mg \cos \alpha$

$F_R = mg (\sin \alpha + \mu \cos \alpha)$

$a = \frac{F_R}{m} = -g (\sin \alpha + \mu \cos \alpha) = cte \Rightarrow M.R.U.A.$

$\begin{cases} x = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t + x_0 \\ v = a t + v_0 \end{cases}$

$x_{\max} \text{ si } v = 0 \Rightarrow t = -\frac{v_0}{a}$

$x_m = \frac{1}{2} a \left(-\frac{v_0}{a}\right)^2 + v_0 \cdot \left(-\frac{v_0}{a}\right) = -\frac{1}{2} \frac{v_0^2}{a}$

$x_{\max} = +\frac{1}{2} \frac{v_0^2}{g (\sin \alpha + \mu \cos \alpha)}$



Ex 16 suite:

b) $\vec{F}_R = \vec{0} \Rightarrow F_T \leq F_{\text{frot}}$

$mg \sin \alpha \leq \mu_0 mg \cos \alpha$
 $\sin \alpha \leq \mu_0 \cos \alpha \Rightarrow \mu_0 \geq \tan \alpha$

c) $x_{\max} = \frac{1}{2} \frac{v_0^2}{g (\sin \alpha + \mu \cos \alpha)} = \frac{1}{2} \frac{5^2}{9,81 (\sin 35^\circ + 0,62 \cos 35^\circ)}$

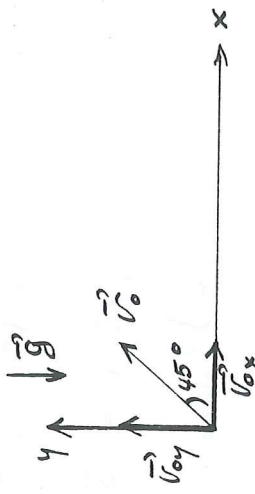
$x_{\max} = 2,44 [m]$: chemin parcouru **7,2 [m]**

$\tan \alpha = \tan 35^\circ = 0,7 < \mu_0 = 0,78$ il s'arrête et ne repart pas en arrière.

Exercice (23): 17

$v_{0x} = 0,707 \cdot v_0 = 9,9 [m/s]$

$v_{0y} = 0,707 v_0 = 9,9 [m/s]$



En x: M.R.U. $x = v_x \cdot t = 9,9 \cdot t$

En y: M.R.U.A. $y = v_y \cdot t + \frac{1}{2} a t^2 = 9,9 t - 4,9 t^2$

$\begin{cases} 9,9 t \\ 9,9 t - 4,9 t^2 \end{cases}$

b) $F = \frac{1}{2} C \cdot S \cdot v^2 = \frac{1}{2} 0,24 \cdot 0,01 \cdot 1,3 \cdot 14^2 = 0,31 [N]$

$S = 0,01 [m^2]$ (estimation) $C = 0,24$ $S = 1,3 [\frac{kg}{m^3}]$

La masse du boulet est de **7 [kg]**

$F_p = m \cdot g = 7 \cdot 9,81 = 69 [N]$

$\frac{F_{\text{frot}}}{F_p} = \frac{a_{\text{frot}}}{g} = \frac{0,31}{69} \approx 4 \%$

Remarque: la décélération due au frottement de l'air ne représente que 4% (au max.) de l'accélération de la pesanteur.

Exercice (8) 19 :

M.C.U. $\Rightarrow$ $F_{\text{gravitation}}$ est centripète

$$G \cdot \frac{M_T}{(R_T + h)^2} = m \omega^2 (R_T + h)$$

$$R_T + h = \sqrt[3]{\frac{G M_T}{\omega^2}}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{8,64 \cdot 10^4} = 7,27 \cdot 10^{-5} \text{ [rad/s]}$$

$$T = 24 \text{ h} \rightarrow 8,64 \cdot 10^4 \text{ [s]}$$

$$h = \sqrt[3]{\frac{G \cdot M_T}{\omega^2}} - R_T = \sqrt[3]{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,97 \cdot 10^{24}}{(7,27 \cdot 10^{-5})^2}} - 6,4 \cdot 10^6$$

$$\underline{h = 4,22 \cdot 10^7 - 6,4 \cdot 10^6 = 35,8 \cdot 10^6 \text{ [m]} \quad (\approx 36 \text{ 000 [km]})}$$

Exercice (4) 20

$$a) F_{el} = k \frac{e^2}{r^2} = 9,0 \cdot 10^9 \frac{(1,6 \cdot 10^{-19})^2}{(0,3 \cdot 10^{-10})^2} = 2,6 \cdot 10^{-7} \text{ [N]}$$

$$\underline{F_g = G \frac{m_e \cdot m_p}{r^2} = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 1,67 \cdot 10^{-27}}{(0,3 \cdot 10^{-10})^2} = 1,1 \cdot 10^{-46} \text{ [N]}}$$

$$\boxed{\frac{F_{el}}{F_g} = 2 \cdot 10^{39}}$$

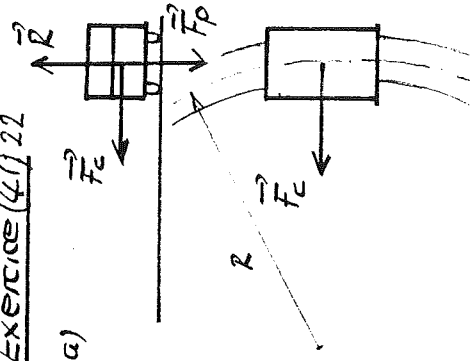
$$b) \text{ M.C.U. } \Rightarrow F_c = a_c \cdot m_{el} \quad a_c = \frac{v^2}{r}$$

$$\underline{a_c = \frac{F_c}{m_{el}} = \frac{2,6 \cdot 10^{-7}}{9,11 \cdot 10^{-31}} = 2,8 \cdot 10^{23} \text{ [m/s}^2\text{]}}$$

20 suite:

$$\underline{v = \sqrt{a_c \cdot r} = \sqrt{2,8 \cdot 10^{23} \cdot 0,3 \cdot 10^{-10}} = 2,9 \cdot 10^6 \text{ [m/s]}}$$

Exercice (4) 22



$$b) F = F_c = m \frac{v^2}{R} \quad (\text{M.C.U.})$$

Choisissons $m_{\text{cannon}} = 2000 \text{ [kg]}$

$$F = 2000 \cdot \frac{15^2}{150} = 3000 \text{ [N]}$$

c) La caisse suit la même trajectoire.

$$F_{c \text{ caisse}} = m \frac{v^2}{R} = 60 \cdot \frac{15^2}{150} = 90 \text{ [N]}$$

$$F_{\text{pét}} = \mu_0 \cdot F_N = \mu_0 \cdot F_p \Rightarrow \mu_0 = \frac{F_{\text{pét}}}{F_{c \text{ caisse}}} = \frac{F_{c \text{ caisse}}}{m \cdot g}$$

$$\underline{\mu_0 = \frac{90}{60 \cdot 9,81} = 0,15}$$

Exercice 24:

$$T = \frac{6,5}{20} = 0,325 [s]$$

$$a) \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot 0,325^{-1} = 19,3 \left[\frac{rad}{s}\right]$$

$$x(t) = X_0 \sin(\omega t + \varphi)$$

$$\dot{x}(t) = v(t) = X_0 \omega \cos(\omega t + \varphi)$$

$$\ddot{x}(t) = a(t) = -X_0 \omega^2 \sin(\omega t + \varphi)$$

$$b) v_{max} = X_0 \omega = 3,5 \cdot 10^{-2} \cdot 19,3 = 0,68 \left[\frac{m}{s}\right]$$

$$c) a_{max} = X_0 \omega^2 = 3,5 \cdot 10^{-2} \cdot 19,3^2 = 13 \left[\frac{m}{s^2}\right]$$

$$d) x(t) = 3,5 \cdot 10^{-2} \sin(19,3 \cdot t) = 1 \cdot 10^{-2} [m]$$

$$\Rightarrow \omega t = 0,250 \Rightarrow v = 0,65 \left[\frac{m}{s}\right]$$

$$e) x(t) = 3,5 \cdot 10^{-2} \sin(\omega t) = 2 \cdot 10^{-2} [m]$$

$$\Rightarrow \omega t = 0,608 \Rightarrow v = A \omega \cos(\omega t) = 0,56 \left[\frac{m}{s}\right]$$

Exercice 25:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad \text{avec } m' = 4 \text{ m} \quad T' = 2\pi \sqrt{\frac{4m}{k}} = 2T$$

Exercice 26:

$$x(t) = 1,5 \cdot 10^{-2} \cos(10\pi t) \quad [m] \quad v(t) = -0,471 \sin(10\pi t) \left[\frac{m}{s}\right]$$

$$A = 15 [mm] = 1,5 \cdot 10^{-2} [m]$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{10\pi} = \frac{1}{5} = 0,2 [s]$$

$$x(0,040) = 1,5 \cdot 10^{-2} \cos(10\pi \cdot 0,040) = 4,6 \cdot 10^{-3} [m]$$

$$v(0,040) = -0,471 \sin(10\pi \cdot 0,040) = -0,45 \left[\frac{m}{s}\right]$$

Exercice 27:

a) et b) voir la leçon

$$c) T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow k = \frac{4\pi^2 m}{T^2} = 4\pi^2 \cdot m \cdot \nu^2$$

$$k = 4\pi^2 \cdot 7,5 \cdot 10^{-2} \cdot 2,5^2 = 18,5 \left[\frac{N}{m}\right]$$

$$d) a = X_0 \cdot \omega^2 \sin(\omega t) \Rightarrow a_{max} = X_0 \omega^2$$

la masse m_2 est solidaire de m_1 , elle subit la même accélération.

Pour m_2 : $F_{res} = F_{pelt}$

$$a_{max} = \frac{F_{res}}{m_2} = \frac{m_2 \cdot g \cdot \mu_0}{m_2} = \mu_0 \cdot g$$

$$\mu_0 \cdot g = X_0 \cdot \omega^2 \Rightarrow X_0 = \frac{\mu_0 \cdot g}{\omega^2}$$

$$\Delta \omega' \neq \omega \quad \omega' = \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}} =$$

$$\omega' = \sqrt{\frac{18,5}{0,125}} = 12,2 \left[\frac{rad}{s}\right]$$

$$X_0 = \frac{0,22 \cdot 9,81}{148} = 1,5 \cdot 10^{-2} [m]$$

Exercice 28:

$$a) k = \frac{F}{\Delta x} = \frac{m \cdot g}{\Delta x} = \frac{0,15 \cdot 9,81}{5,5 \cdot 10^{-2}} = 26,8 \left[\frac{N}{m}\right]$$

$$b) T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{0,15}{26,8}} = 0,470 [s] \quad (\omega = 13,4 \left[\frac{rad}{s}\right])$$

$$c) x(t) = 3 \cdot 10^{-2} \sin(\omega t) \quad \text{avec } x=0: \text{ position d'équilibre}$$

$$v(t) = 3 \cdot 10^{-2} \cdot 13,4 \cos(\omega t)$$

$$v_{max} = 3 \cdot 10^{-2} \cdot 13,4 = 0,40 \left[\frac{m}{s}\right] \quad \text{position } x=0$$

Exercice 30:

Prendre une masse inconnue, la suspendre au ressort, mesurer l'allongement x (statique) et T (dynamique).

On a: $\vec{F}_p = kx \Rightarrow m \cdot g = kx$ et $\frac{m}{k} = \frac{x}{g}$

en substituant: $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{x}{g}}$

et finalement $g = 4\pi^2 \cdot \frac{x}{T^2}$

Remarque: une seule mesure suffit.

Exercice 31:

Non Car $T \div g^{-1/2}$

Exercice (29): 32

a) $\vec{F}_R = \vec{F} = m \cdot \vec{a}$
 $a = \frac{F}{m_1 + m_2 + m_3}$

$T_1 = m_1 \cdot a = \frac{m_1 \cdot F}{m_1 + m_2 + m_3}$

$T_2 = (m_1 + m_2) \cdot a = \frac{(m_1 + m_2) \cdot F}{m_1 + m_2 + m_3}$

b) $T_1 = \frac{m_1 \cdot F}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{10 \cdot 60}{10 + 20 + 30} = 10 [N]$

$T_2 = \frac{(m_1 + m_2) \cdot F}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{(10 + 20) \cdot 60}{60} = 30 [N]$

Exercice 28: suite

d) $a(t) = -3 \cdot 10^{-2} \cdot 13,4^2 \sin(\omega t)$

$a_{\max} = 3 \cdot 10^{-2} \cdot 13,4^2 = 5,4 [m/s^2]$ position $x = \pm 3 [cm]$

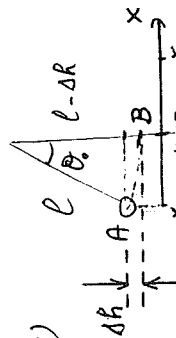
e) Tension $\max_{(min)} = \vec{F}_p \pm \vec{F}_{res} = m \cdot g \pm m \cdot a_{\max} = m(g \pm a_{\max})$

$T_{\max} = 0,15 (5,35 + 9,81) = 2,3 [N]$ (en bas)

$T_{\min} = 0,15 (9,81 - 5,35) = 0,67 [N]$ (en haut)

Exercice 29:

a) $\frac{l - \Delta h}{l} = \cos \theta_0$



$\theta_0 = \arccos\left(\frac{1,50 - 0,02}{1,50}\right) = 9,4^\circ < 10^\circ$

b) $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{1,5}{9,81}} = 2,46 [s]$

c) $x(t) = x_0 \sin(\omega t) = 0,244 \sin(2,56 t)$

$\frac{x_0}{l} = \sin \theta_0 \quad x_0 = l \sin \theta_0 = 1,5 \sin 9,4^\circ = 0,244 [m]$

$v(t) = x_0 \omega \cos(\omega t) = 0,244 \cdot 2,56 \cos(\omega t)$

$v_{\max} = 0,244 \cdot 2,56 = 0,624 [m/s]$

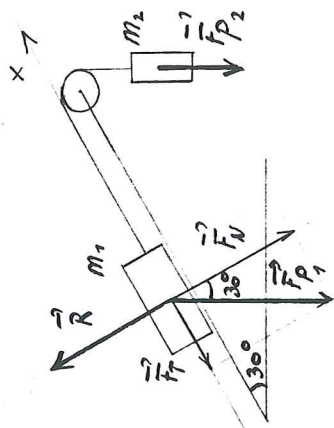
d) $F_{\text{tension}} = mg \cos \theta + m \frac{v^2}{l}$ e) pour $\theta = 0; \pi; 2\pi \dots$

$F_{\text{tension}} = 2,4 \cdot 10^{-2} \left(g + \frac{v_{\max}^2}{l}\right)$ $\cos \theta = 1$ et $v = v_{\max}$

$F_{\text{tension}} = 2,4 \cdot 10^{-2} \left(9,81 + \frac{0,624^2}{1,5}\right) = 0,242 [N]$

* la trajectoire est un cercle $F_c = \frac{mv^2}{l}$

- a) Les deux blocs étaient liés par une corde non-élastique, leur accélération est la même.



$$\vec{F}_R = m \cdot \vec{a}$$

$$\vec{F}_N + \vec{R} = \vec{0}$$

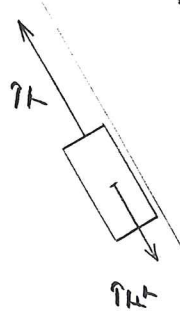
$$\vec{F}_R = \vec{F}_{p2} - \vec{F}_T \quad (\text{suivant } x)$$

$$\left. \begin{aligned} F_T &= m_1 \cdot g \cdot \sin \alpha \\ F_{p2} &= m_2 \cdot g \end{aligned} \right\} \vec{F}_R = g(m_2 - m_1 \sin \alpha)$$

$$a = \frac{\vec{F}_R}{m_1 + m_2} = \frac{g(m_2 - m_1 \sin \alpha)}{m_1 + m_2}$$

b) Tension T ?

Considérons le système formé de la seule masse m_1 . La force résultante $\vec{F}_R = \vec{T} - \vec{F}_T$ permet à m_1 d'accélérer avec l'accélération a du système (déterminée en a).



$$\vec{F}_R = m_1 \cdot a = T - F_T$$

$$\begin{aligned} T &= m_1 \cdot a + F_T = m_1(a + g \sin \alpha) \\ T &= m_1 \cdot \frac{g(m_2 - m_1 \sin \alpha)}{m_1 + m_2} + m_1 g \sin \alpha \end{aligned}$$

c) $m_1 = 3,0 \text{ [kg]}, m_2 = 2,0 \text{ [kg]}, \alpha = 30^\circ$

$$a = \frac{g(m_2 - m_1 \sin \alpha)}{m_1 + m_2} = \frac{9,81(2 - 3 \sin 30^\circ)}{3 + 2} = 0,98 \text{ [m/s}^2\text{]}$$

$$T = m_1(a + g \sin \alpha) = 3(0,98 + 9,81 \cdot \sin 30^\circ) = 18 \text{ [N]}$$

Remarque: il ne faudrait pas dessiner simultanément $\vec{F}_{p1}$, $\vec{F}_T$ et $\vec{F}_N$. En effet $\vec{F}_T$ et $\vec{F}_N$ "remplacent" la force réelle $\vec{F}_p$.

b) Autre méthode

Considérons le système formé de la seule masse m_2 .

$$F_{R2} = F_{p2} - T = m_2 \cdot a \quad (a \text{ positive vers le bas})$$

$$T = F_{p2} - m_2 \cdot a = m_2 g - m_2 \cdot a = m_2(g - a)$$

$$T = 2(9,81 - 0,98) = 18 \text{ [N]}$$

Exercice 34

Hypothèse: mouvement

a) $F_{\text{rés}} = m_2 g \sin \beta - m_1 g \sin \alpha - \mu_1 m_1 g \cos \alpha$

$$a = \frac{g(m_2 \sin \beta - m_1 \sin \alpha - \mu_1 m_1 \cos \alpha)}{m_1 + m_2}$$

$$a = \frac{9,81(3,8 \sin 45^\circ - 2,3 \sin 30^\circ - 0,24 \cdot 2,3 \cdot \cos 30^\circ)}{2,3 + 3,8} =$$

$$a = \left[0,17 \text{ [m/s}^2\text{]} \right] = 1,7 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]$$

b) Pour le système formé de m_2 seule:

$$m_2 \cdot g \cdot \sin \beta - T = m_2 \cdot a$$

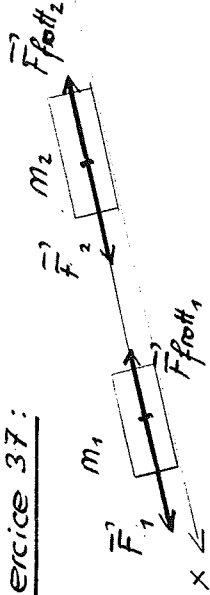
$$T = m_2(g \sin \beta - a)$$

$$T = 3,8(9,81 \sin 45^\circ - 0,17) = 26 \text{ [N]}$$

c) $a = 0 \Rightarrow m_2 \sin \beta - m_1 \sin \alpha - \mu_1 m_1 \cos \alpha = 0$

$$\mu_1 = \frac{m_2 \sin \beta - m_1 \sin \alpha}{m_1 \cos \alpha}$$

Exercise 37:



$$\begin{aligned} \vec{F}_1 &= m_1 g \sin \alpha \\ \vec{F}_2 &= m_2 g \sin \alpha \\ \vec{F}_{f1} &= m_1 g \mu_0 \cos \alpha \\ \vec{F}_{f2} &= m_2 g \mu_0 \cos \alpha \\ \vec{F}_R &= (m_1 + m_2) g \sin \alpha - g \cos \alpha (m_1 \mu_0 + m_2 \mu_0) \end{aligned}$$

a) $F_R = 0$ (situation limite)

$$(m_1 + m_2) g \sin \alpha = g \cos \alpha (m_1 \mu_0 + m_2 \mu_0)$$

$$\tan \alpha_{\max} = \frac{m_1 \mu_0 + m_2 \mu_0}{m_1 + m_2}$$

b) Tension $= \vec{F}_1 - \vec{F}_{f1} = m_1 g (\sin \alpha - \mu_0 \cos \alpha)$

Car il faut que $\vec{T} + \vec{F}_1 + \vec{F}_{f1} = \vec{0} = \vec{F}_2$

c) $a = \frac{F_R}{m_1 + m_2} = \frac{g[(m_1 + m_2) \sin \alpha - (m_1 \mu_0 + m_2 \mu_0) \cos \alpha]}{m_1 + m_2}$

ou $a = g \sin \alpha - g \cos \alpha \frac{m_1 \mu_0 + m_2 \mu_0}{m_1 + m_2}$

d)

$$\vec{F}_{R1} = \vec{F}_1 + \vec{F}_{f1} + \vec{T} = m_1 \cdot \vec{a}$$

$$\vec{F}_{R1} = m_1 \cdot a = F_1 - F_{f1} - T$$

$$T = F_1 - F_{f1} - m_1 \cdot a$$

$$T = m_1 g \sin \alpha - m_1 \mu_0 g \cos \alpha - m_1 \cdot a$$

$$T = m_1 (g \sin \alpha - \mu_0 g \cos \alpha - a)$$

Exercise 37: Suite

e) $\tan \alpha_{\max} = \frac{m_1 \mu_0 + m_2 \mu_0}{m_1 + m_2} = \frac{36 \cdot 0,34 + 56 \cdot 0,6}{36 + 56} = 0,498$

a) $\alpha_{\max} = 26,5^\circ$

b) $T = m_1 g (\sin 26,5^\circ - \mu_0 \cos 26,5^\circ) = 36 \cdot 9,81 \cdot 0,14 = 50 [N]$

c) $a = g \left(\sin \alpha - \cos \alpha \frac{m_1 \mu_0 + m_2 \mu_0}{m_1 + m_2} \right) = 9,81 \left(\sin 36,5^\circ - \cos 36,5^\circ \frac{36 \cdot 0,3 + 56 \cdot 0,55}{36 + 56} \right) = 2,3 [m/s^2]$

d) $T = m_1 (g \sin \alpha' - \mu_1 g \cos \alpha' - a) = 36 (9,81 \cdot \sin 36,5^\circ - 0,3 \cdot 9,81 \cdot \cos 36,5^\circ - 2,3) = 42 [N]$