Exercice de physique:

"Étude cinématique d'un mouvement parabolique"

Le mouvement parabolique, appelé également mouvement balistique, est la composition d'un Mouvement Rectiligne Uniforme (MRU) en horizontale et d'un Mouvement Rectiligne Uniformément Accéléré (MRUA) en verticale. La relation qui permet de décrire ce mouvement est donc:

x(t) = $v_{0x} \cdot t + x_0$ et **y(t) =** $\frac{1}{2} \cdot a_{0y} \cdot t^2 + v_{0y} \cdot t + y_0$ (en composantes)

ou $\vec{r}(t) = < v_{0x} \cdot t + x_0 \;;\; \frac{1}{2} \cdot a_{0y} \cdot t^2 + v_{0y} \cdot t + y_0 >$

Données: $x_0 = 0$ [cm] et $v_{0x} = 4{,}00$ [cm/s] et $a_{0x} = 0{,}00$ [cm/s^2] (horizontalement)

$y_0 = 0$ [cm] et $v_{0y} = 20{,}0$[cm/s] et $a_{0y} = -10{,}0$ [cm/s^2] (verticalement)

1) Donner l'équation vectorielle qui contient toute l'information sur ce mouvement parabolique et qui vous permet de décrire complètement le mouvement en fonction du temps (sans les unités):

$$\vec{r}(t) = < 4{,}0[cm/s] \cdot t \;;\; 20[cm/s] \cdot t - 5[cm/s^2] \cdot t^2 > \textbf{[cm]}$$

2) Calculer 4 vecteurs positions $\vec{r}(t)$ pour $t = 0,\ 1,\ 2,\ 3$ [s].

$$\vec{r}(0[s]) = < 0{,}0[cm] \;;\; 0[cm] >$$

$$\vec{r}(1[s]) = < 4{,}0[cm] \;;\; 15{,}0[cm] >$$

$$\vec{r}(2[s]) = < 8{,}0[cm] \;;\; 20{,}0[cm] >$$

$$\vec{r}(3[s]) = < 12{,}0[cm] \;;\; 15{,}0[cm] >$$

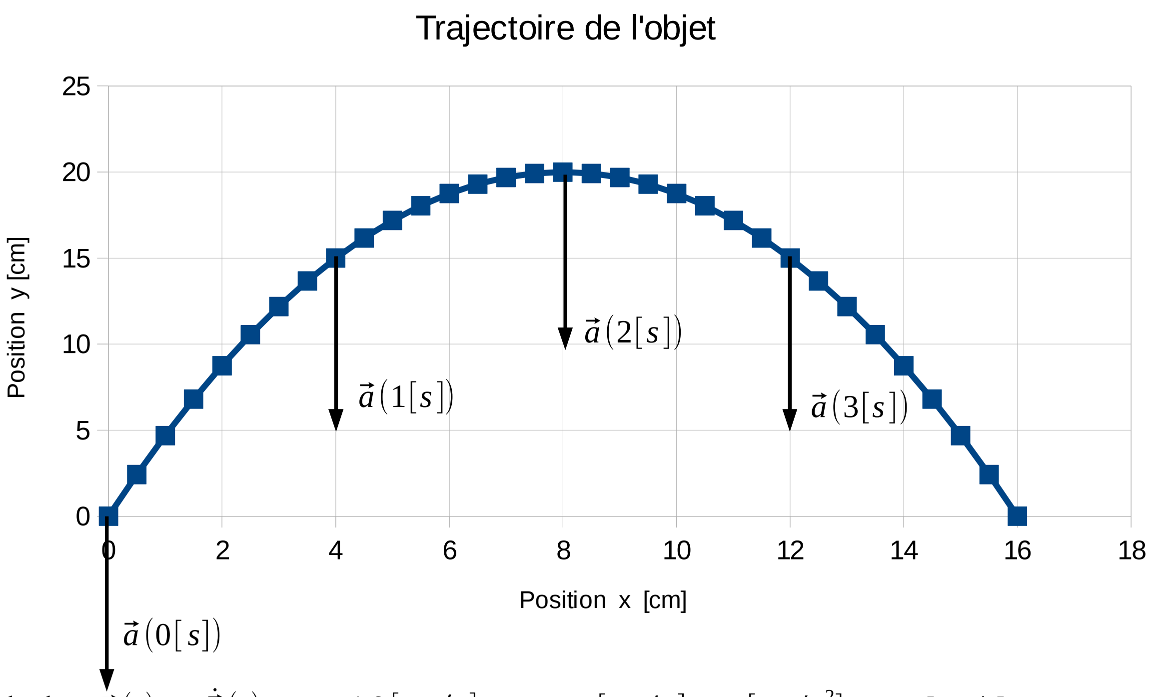
3) Établir l'équation de la trajectoire $y(x)$ en éliminant le temps t de $x(t)$ et $y(t)$.

$t = \frac{x}{4[cm/s]}$, donc

$y(x) = 20 \cdot \frac{x}{4} - 5 \cdot \frac{x^2}{4^2}$ $\quad y(x) = 5 \cdot x - \frac{5}{16} \cdot x^2$

4) Préparer une feuille A4 sur laquelle vous tracez des axes x et y à 1cm du bord !

5) Tracer la trajectoire du mouvement en calculant une dizaine de point P(x ; y).



6) Calculer $\vec{v}(t) = \dot{\vec{r}}(t) = < 4{,}0[cm/s] \ ; \ 20[cm/s]-10[cm/s^2]\cdot t >$ **[cm/s]**

7) Déterminer la vitesse instantanée en 4 points du mouvement à partir de l'équation du point 6.

$$\vec{v}(0[s]) = < 4{,}0[cm/s] \ ; \ 20{,}0[cm/s] >$$
$$\vec{v}(1[s]) = < 4{,}0[cm/s] \ ; \ 10{,}0[cm/s] >$$
$$\vec{v}(2[s]) = < 4{,}0[cm/s] \ ; \ 0{,}0[cm/s] >$$
$$\vec{v}(3[s]) = < 4{,}0[cm/s] \ ; \ -10{,}0[cm/s] >$$

8) Calculer $\vec{a}(t) = \dot{\vec{v}}(t) = \ddot{\vec{r}}(t) = < 0 \ ; \ -10[cm/s^2] >$ **[cm/s²]**

9) Tracer le vecteur accélération sur la feuille A4 au temps t = 0, 1, 2, 3 [s].
L'échelle pour $\vec{a}(t)$ est arbitraire, l'important est la direction et le même longueur partout.

10) Calculs supplémentaires:

a) À quelle distance de l'origine le mobile coupe-t-il l'axe des x ?
Il faut résoudre : $y(x) = 5\cdot x-\frac{5}{16}\cdot x^2 = 0$, ce qui donne

pour $x = 0$ [cm], au départ et $x = 16$ [cm], lorsque l'objet retombe.

b) Pour quelle valeur du temps le mobile passe-t-il au sommet de la trajectoire ?
L'abscisse du sommet d'une parabole est la moyenne de deux abscisses donnant la même hauteur. On peut aussi se rappeler que l'abscisse du maximum = $-\frac{b}{2a}$. Ici on obtient

pour $t = -\frac{20}{2\cdot(-5)} = 2{,}0[s]$.

et quelle est la position de ce point ?

P = $\vec{r}(2[s]) = < 8{,}0[cm] \ ; \ 20{,}0[cm] >$, cela se confirme sur le graphique.