

$$1.a) E_{\text{cin}} = \frac{1}{2} m V^2 = \frac{1}{2} (120'000 \text{ [kg]} + 15 \cdot 25'000 \text{ [kg]}) \cdot (33,3 \text{ [m/s]})^2 = 2,75 \cdot 10^8 \text{ [J]}$$

$$1.b) \text{ Vitesse de la Terre autour du Soleil : } V = \frac{d}{t} = \frac{2 \cdot \pi \cdot d_{\text{Terre-Soleil}}}{t} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 1,5 \cdot 10^{11} \text{ [m]}}{365 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ [s]}} = 29'900 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$$

$$E_{\text{cin}} = \frac{1}{2} m V^2 = \frac{1}{2} \cdot (5,97 \cdot 10^{24} \text{ [kg]}) \cdot (29'900 \text{ [m/s]})^2 = 2,67 \cdot 10^{33} \text{ [J]}$$

$$1.c) E_{\text{cin}} = \frac{1}{2} m V^2 = \frac{1}{2} \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ [kg]} \cdot (2,2 \cdot 10^6 \text{ [m/s]})^2 = 2,20 \cdot 10^{-18} \text{ [J]}$$

$$1.d) E_{\text{cin}} = \frac{1}{2} m V^2 = \frac{1}{2} m \cdot (2 \cdot \pi \cdot r / t)^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \text{ [kg]} \cdot \left(\frac{2 \cdot \pi \cdot 0,5 \text{ [m]}}{0,5 \text{ [s]}} \right)^2 = 39,5 \text{ [J]}$$

2. Comparons l'énergie mécanique du seau au fond du puits (initiale) avec celle du seau une fois arrivé en haut (finale) (avec $E_{\text{mec}} = E_{\text{cin}} + E_{\text{pot}}$)

L'énergie cinétique initiale est nulle car il est à l'arrêt au départ : $E_{\text{cin initiale}} = 0 \text{ [J]}$

L'énergie cinétique finale est nulle car il est de nouveau arrêté en haut : $E_{\text{cin finale}} = 0 \text{ [J]}$

Pour déterminer l'énergie potentielle, il faut fixer une hauteur de référence, choisissons la hauteur initiale (donc au fond du puits) comme étant nulle.

L'énergie potentielle initiale vaut donc $E_{\text{pot initiale}} = m \cdot g \cdot h_{\text{initiale}} = 0 \text{ [J]}$

L'énergie potentielle finale vaut donc $E_{\text{pot finale}} = m \cdot g \cdot h_{\text{finale}} = 9,8 \text{ [kg]} \cdot 9,81 \text{ [m/s}^2] \cdot 27 \text{ [m]} = 2'596 \text{ [J]}$

L'énergie mécanique augmente donc de :

$$\Delta E_{\text{mec}} = E_{\text{mec finale}} - E_{\text{mec initiale}} = E_{\text{cin finale}} + E_{\text{pot finale}} - E_{\text{cin initiale}} - E_{\text{pot initiale}} = 2'596 \text{ [J]}$$

Pour fournir cette énergie, avec une puissance de 40 [W], cela dure : $\Delta t = \Delta E_{\text{mec}} / P = 64,9 \text{ [s]}$

3. Le travail des freins pour arrêter la voiture égale à la variation d'énergie mécanique.

$$W(F_{\text{moteur}}) + W(F_{\text{frottement}}) = E_{\text{mécanique finale}} - E_{\text{mécanique initiale}} = \Delta E_{\text{mécanique}}$$

L'énergie mécanique finale $E_{\text{mécanique finale}} = 0 \text{ [J]}$

$$\text{L'énergie mécanique initiale } E_{\text{mécanique initiale}} = \frac{1}{2} m \cdot V^2 = \frac{1}{2} \cdot 500 \text{ [kg]} \cdot (100 / 3,6 \text{ [m/s]})^2 = 193'000 \text{ [J]}$$

$$\text{Donc le travail des freins vaut } W(F_{\text{frottement}}) = E_{\text{mécanique finale}} - E_{\text{mécanique initiale}} = -193'000 \text{ [J]}$$

Travail = force fois distance fois cosinus de l'angle : $W = F \cdot d \cdot \cos(\alpha)$

Ici, l'angle $\alpha = 180^\circ$, donc $\cos(\alpha) = -1$, la distance $d = 50 \text{ [m]}$ et le travail $W = -193'000 \text{ [J]}$.

Donc la force moyenne des freins $F = W / (d \cdot \cos(\alpha)) = -193'000 \text{ [J]} / (50 \text{ [m]} \cdot (-1)) = 3'860 \text{ [N]}$.

4. On cherche la puissance **P**, mais on ne connaît pas le travail **W** qu'il fournit.

$$W(F_{\text{moteur}}) + W(F_{\text{frottement}}) = E_{\text{mécanique finale}} - E_{\text{mécanique initiale}} = \Delta E_{\text{mécanique}}$$

$$W(F_{\text{frottement}}) = 0 \text{ [J]} \text{ et } E_{\text{potentielle finale}} = E_{\text{potentielle initiale}} \text{ et } E_{\text{cinétique initiale}} = 0 \text{ [J]}.$$

Le travail du moteur égale l'énergie cinétique acquise. Elle était nulle au départ, et vaut :

$$W(F_{\text{frottement}}) = E_{\text{cinétique}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V^2 = 0,5 \cdot 85 \text{ [kg]} \cdot (40 / 3,6 \text{ [m/s]})^2 = 5'247 \text{ [J]} \text{ après 12 secondes.}$$

$$\text{Donc la puissance du vélomoteur est } P = 5'247 \text{ [J]} / 12 \text{ [s]} = 437,2 \text{ [W]}$$

5. Si on choisit le point d'arrêt du corps comme hauteur de référence ($h = 0 \text{ [m]}$), l'énergie potentielle initiale vaut : $E_{\text{pot initiale}} = m \cdot g \cdot h = 0,100 \text{ [kg]} \cdot 9,81 \text{ [m/s}^2] \cdot 3,03 \text{ [m]} = 2,972 \text{ [J]}$
 Cette énergie est entièrement absorbée par le frottement dans le tas de sable, le travail de cette force de frottement est donc égal à $W = -2,972 \text{ [J]}$. La force de frottement s'exerce sur 3 [cm],

$$\text{elle vaut donc : } F_{\text{frottement}} = -\frac{W}{d} = -\frac{-2,972 \text{ [J]}}{0,03 \text{ [m]}} = 99,08 \text{ [N]}$$

6. Son énergie cinétique initiale est entièrement absorbée par le travail de la force de frottement.

$$W(F_{\text{frottement}}) = E_{\text{cin arrivée}} - E_{\text{cin départ}} \Rightarrow -F \cdot d = 0 - \frac{1}{2} m \cdot V_0^2$$

$$\Rightarrow d = \frac{m \cdot V_0^2}{2 \cdot F} = \frac{0,005 [\text{kg}] \cdot (3 [\text{m/s}])^2}{2 \cdot 0,01 [\text{N}]} = 2,25 [\text{m}]$$

1 tour correspond à une distance de $2 \cdot \pi \cdot r = 2 \cdot \pi \cdot 0,25 [\text{m}] = 1,57 [\text{m}]$, la bille fait donc $2,25 [\text{m}] / 1,57 [\text{m}] = 1,43$ tours avant de s'arrêter.

7. Comparons l'énergie mécanique du traîneau au sommet (A) et au bas (B) de la colline :

En haut de la colline : $E_{\text{cin A}} = \frac{1}{2} m V_A^2 = 0 [\text{J}]$

$E_{\text{pot A}} = m g h_A = 11'772 [\text{J}]$

$E_{\text{méc A}} = E_{\text{cin A}} + E_{\text{pot A}} = 11'772 [\text{J}]$

En bas de la colline : $E_{\text{cin B}} = \frac{1}{2} m V_B^2 = 8'000 [\text{J}]$

$E_{\text{pot B}} = m g h_B = 0 [\text{J}]$

$E_{\text{méc B}} = E_{\text{cin B}} + E_{\text{pot B}} = 8'000 [\text{J}]$

$$W(F_{\text{moteur}}) + W(F_{\text{frottement}}) = E_{\text{méc B}} - E_{\text{méc A}} = 8'000 [\text{J}] - 11'772 [\text{J}] = -3'772 [\text{J}]$$

Puisqu'il n'y a pas de force motrice ($W(F_{\text{moteur}}) = 0 [\text{J}]$), cette diminution d'énergie mécanique est entièrement due à la force de frottement. Elle transforme une partie de l'énergie mécanique en chaleur !

La fraction d'énergie dissipée par le frottement vaut : $\frac{3'772}{11'772} = 0,32 = 32\%$ de l'énergie initiale.

8. Comparons l'énergie mécanique de la flèche entre les deux positions :

Choisissons le point de départ, comme point de référence pour l'énergie potentielle, cette énergie potentielle est donc nulle au départ. Comme la flèche est immobile au départ, son énergie cinétique est aussi nulle. Donc $E_{\text{mécanique initiale}} = 0 [\text{J}]$

Après que la corde de l'arc propulse la flèche, son énergie potentielle vaut $m \cdot g \cdot h$, soit :

$$E_{\text{potentielle finale}} = m \cdot g \cdot h = 0,03 [\text{kg}] \cdot 9,81 [\text{m/s}^2] \cdot 0,8 [\text{m}] = 0,235 [\text{J}]$$

Son énergie cinétique (finale) vaut : $E_{\text{cin finale}} = \frac{1}{2} m \cdot V^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,03 [\text{kg}] \cdot (40 [\text{m/s}])^2 = 24 [\text{J}]$

Donc $E_{\text{mécanique finale}} = 24,235 [\text{J}]$.

La corde a dû fournir cette énergie, le travail total de la force exercée par la corde vaut donc $W(F_{\text{corde}}) = 24,235 [\text{J}]$.

Donc la force moyenne exercée par la corde $F_c = \frac{W_{\text{corde}}}{d} = \frac{24,235 [\text{J}]}{0,8 [\text{m}]} = 30,3 [\text{N}]$

9. $\Delta E_{\text{potentielle}} = m \cdot g \cdot \Delta h = \rho \cdot V \cdot g \cdot \Delta h = \rho \cdot S \cdot p \cdot g \cdot \Delta h$

$\Delta E_{\text{potentielle}}$ = la variation d'énergie potentielle.

ρ = la masse volumique de l'eau = $998 [\text{kg/m}^3]$

S = la surface du lac = $10^6 [\text{m}^2]$

p = la profondeur moyenne du lac = $100 [\text{m}]$

g = l'accélération de la pesanteur = $9,81 [\text{m/s}^2]$

Δh = la variation de hauteur de l'eau = $2'300 [\text{m}] - 100 [\text{m}] / 2 - 1'600 = 650 [\text{m}]$

Car la hauteur de l'eau dans le lac varie de 2'300 [m] à 2'200 [m]

Donc l'énergie potentielle en réserve dans ce lac est de :

$$\Delta E_{\text{potentielle}} = 998 [\text{kg/m}^3] \cdot 10^6 [\text{m}^2] \cdot 100 [\text{m}] \cdot 9,81 [\text{m/s}^2] \cdot 650 [\text{m}] = 6,36 \cdot 10^{14} [\text{J}]$$

= 177'000 [kWh]. Ceci permet d'allumer 10'000 ampoules de 100 Watts pendant 177 heures !