1. Sa vitesse moyenne =

$$V=\frac{d}{t}=\frac{3{,}00\,[km]}{40{,}0\,[min.]}=\frac{3000\,[m]}{40{,}0\cdot 60\,[s]}=1{,}25\left[\frac{m}{s}\right]=1{,}25\left[\frac{1/1000\,km}{1/3600\,h}\right]=4{,}50\left[\frac{km}{h}\right]$$

Il faut multiplier par 3,6 pour passer de [m/s] en [km/h].

2. $V=\frac{d}{t}\Rightarrow t=\frac{d}{V}=\frac{4'500[m]}{2{,}50[m/s]}=1'800[s]=30{,}0$ minutes . Il parcourt 4,50 kilomètres en 30,0 minutes.

3. Temps mis par la lumière $= t_{lumière}=\frac{d}{V_{lumière}}=\frac{2'000\,[m]}{3{,}00\cdot 10^{8}\,[m/s]}=6{,}67\cdot 10^{-6}\,[s]$

Temps mis par le son $= t_{son}=\frac{d}{V_{son}}=\frac{2'000\,[m]}{343\,[m/s]}=5{,}83\,[s]$

En gros, le temps en secondes divisé par 3, donne le distance en kilomètres.

4. Distance aller - retour = 1,60 [s] · 1'450 [m/s] = 2'320 [m]
Donc la profondeur est la moitié de la distance aller - retour, soit 1'160 mètres.

5. Rayon terrestre = R = $6{,}38\cdot 10^{3}$ [km] Circonférence de la terre = d = $2\cdot\pi\cdot R = 4{,}01\cdot 10^{4}$ [km]

Vitesse d'un point de l'équateur = $V=\frac{d}{t}=\frac{4{,}01\cdot 10^{4}\,[km]}{24\,[h]}=1'670\left[\frac{km}{h}\right]=464\left[\frac{m}{s}\right]$

En réalité, la Terre met 23 heures, 56 minutes et 4 secondes pour faire un tour complet sur elle-même. Durant les 3 minutes 56 secondes supplémentaires la Terre tourne un peu plus, pour compenser l'avancée de la Terre autour du Soleil. Ainsi, un point qui était face au Soleil se retrouve face au Soleil 24 heures plus tard.

6. **Résolution par calculs.**

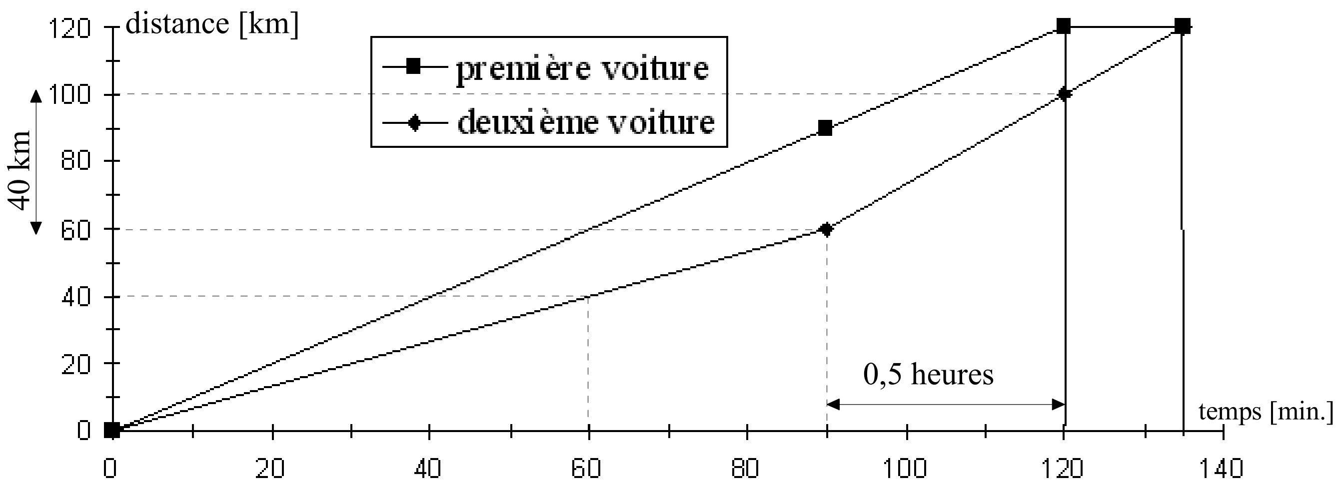
Temps mis par le premier véhicule : $t_{premièrevoiture}=\frac{d}{v_1}$ = 120 [km] / 60,0 [km/h] = 2,00 [h]

Temps mis par le deuxième véhicule :

$$t_{deuxièmevoiture}=t_{deuxième\,voiture\,segment\,A}+t_{deuxièmevoiture\,segment\,B}=\frac{d_A}{v_{2A}}+\frac{d_B}{v_{2B}}=\frac{60{,}0\,[km]}{40{,}0\,[km/h]}+\frac{60{,}0\,[km]}{80{,}0\,[km/h]}=$$

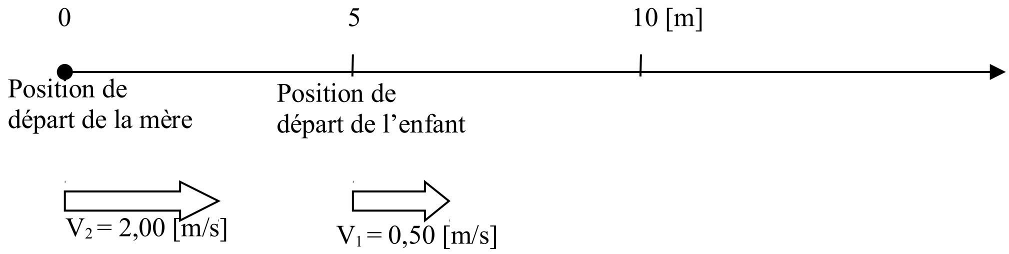
= 1,50 [h] + 0,750 [h] = 2,25 [h], soit 2 heures et 15 minutes
Par le calcul, le premier véhicule arrive quinze minutes avant le deuxième.

Résolution graphique.



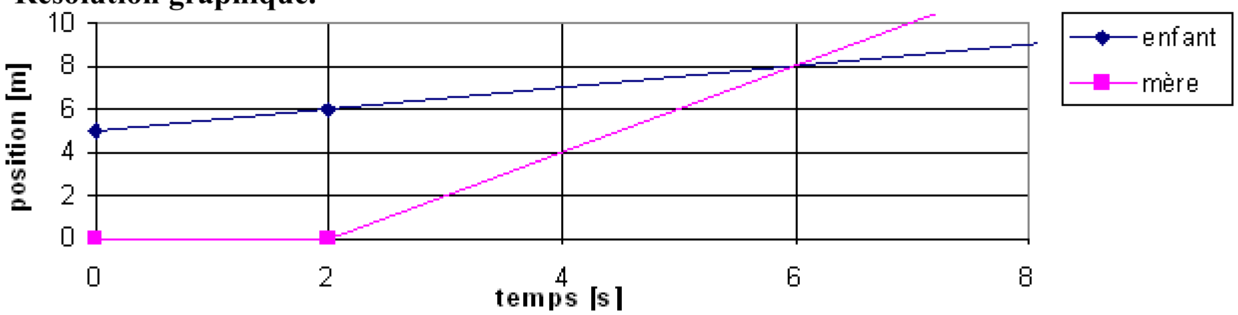
Sur le graphique, on constate que la deuxième voiture arrive 15 minutes après la première voiture.

7. **Résolution par calculs.**



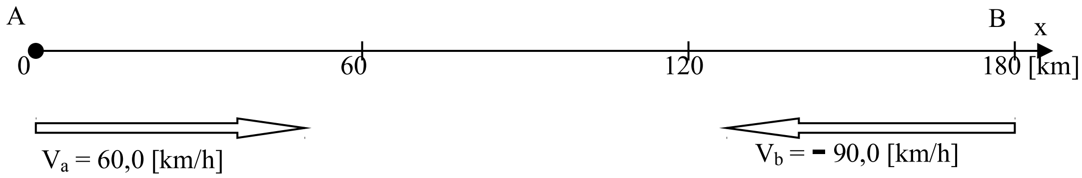
Pendant les 2,00 secondes de réaction de la mère, l'enfant parcourt 0,50 [m/s] · 2,00 [s] = 1,00 [m].
Quand sa mère commence à courir, il a 6,00 mètres d'avances.
Plaçons l'origine à la position de la mère. L'origine du temps = le démarrage de la mère.
Notons x_2 la position où la mère rattrape l'enfant.
Notons t_2 le temps pendant lequel la mère a couru.
Pour la mère : $x_2 = V_{mère} \cdot t_2$.
Pour l'enfant : $x_2 = 6,00\ [m] + V_{enfant} \cdot t_2$. Donc
$V_{mère} \cdot t_2 = 6,00\ [m] + V_{enfant} \cdot t_2$. Donc $(V_{mère} - V_{enfant}) \cdot t_2 = 6,00\ [m]$, $t_2 = 6,00\ [m] / (V_{mère} - V_{enfant})$
La mère court pendant : $t_2 = 6,00\ [m] / (2,00\ [m/s] - 0,50\ [m/s]) = 4,00$ secondes.
Elle rattrape l'enfant 6,00 secondes après le départ de l'enfant, à 4,00 [s] · 2,00 [m/s] = 8,00 [m] du départ.
On retrouve les mêmes résultats que ceux obtenus par la résolution graphique.

Résolution graphique.



Suivant le graphique, la rencontre a lieu après 6,00 [s], à 8,00 [m] de la position de départ de la mère.

8. Résolution par calculs



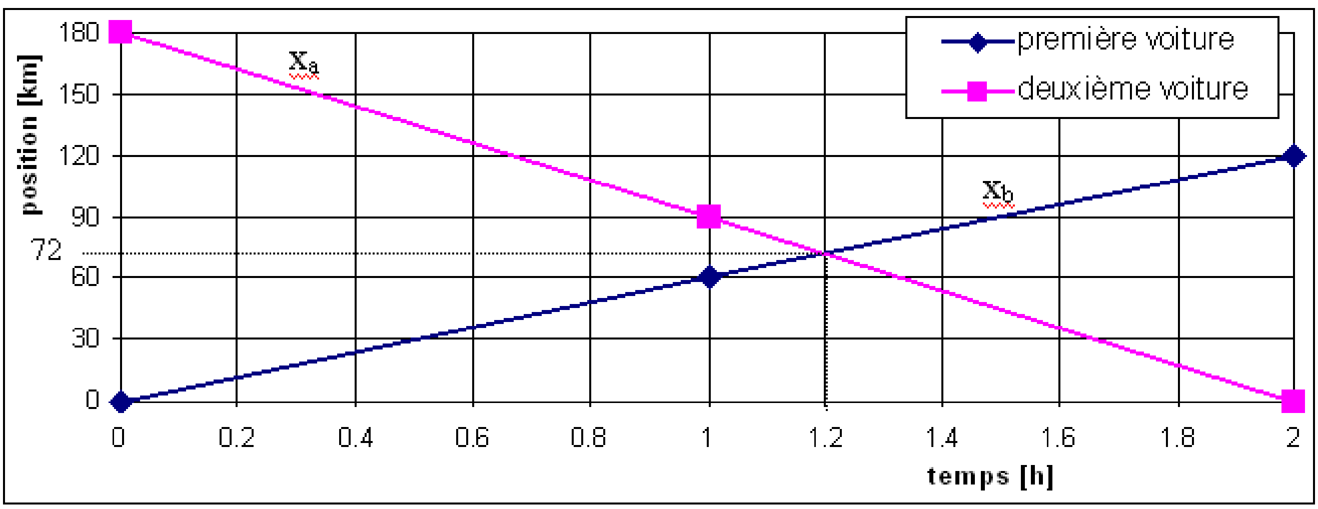
Les deux voitures partent en même temps, appelons l'instant du départ $t_1 = 0$ [s].
La position de départ de la première voiture = x_{a1}
La position de départ de la deuxième voiture = x_{b1}
Notons t_2 l'instant de croisement des deux voitures.
La position du croisement des deux voitures est la même. Appelons-la x_2.
On cherche les valeurs de t_2 et de x_2.
Les valeurs numériques sont :
$t_1 = 0$ [h] ; $x_{a1} = 0$ [km] ; $x_{b1} = 180$ [km] ; $V_a = 60{,}0$ [km/h] et $V_b = -90{,}0$ [km/h].

Ecrivons les équations horaires des deux voitures.
Voiture 1 : $x_2 = x_{a1} + V_a \cdot (t_2 - t_1)$
Voiture 2 : $x_2 = x_{b1} + V_b \cdot (t_2 - t_1)$

On en déduit : $x_{a1} + V_a \cdot (t_2 - t_1) = x_{b1} + V_b \cdot (t_2 - t_1)$.
Résolvons cette équation à une inconnue, qui est t_2.
$V_a \cdot t_2 = x_{b1} + V_b \cdot t_2$ après avoir mis éliminé les symboles qui valent zéro.
$V_a \cdot t_2 - V_b \cdot t_2 = x_{b1}$
$(V_a - V_b) \cdot t_2 = x_{b1}$
$t_2 = x_{b1} / (V_a - V_b) = 180 / (60{,}0 - (-90{,}0)) = 180/150 = 1{,}20$ [h] = 1 heure et 12 minutes.

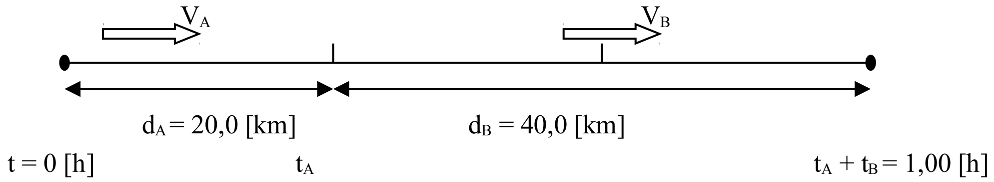
La position de croisement est : $x_2 = x_{a1} + V_a \cdot (t_2 - t_1) = 60{,}0$ [km/h] $\cdot$ 1,20 [h] = 72,0 [km].
Vérification : $x_2 = x_{b1} + V_b \cdot (t_2 - t_1) = 180$ [km] $-90{,}0$ [km/h] $\cdot$ 1,20 [h] = 7,20 [km].

Résolution graphique.
Position de la 1ère voiture en fonction du temps t : $x_a = 60{,}0$ [km/h] $\cdot t$
Position de la 2ème voiture en fonction du temps t : $x_b = 180$ [km] $- 90{,}0$ [km/h] $\cdot t$



Le graphique confirme que le croisement se fait après 1,20 heures (= 72,0 minutes), à 72,0 [km] du point de départ de la première voiture.

9.



L'indice 'A' se rapporte au premier tiers du déplacement et l'indice 'B' aux deux derniers tiers.

La voiture parcourt le premier tiers de la distance à une vitesse deux fois plus grande que pendant les deux autres tiers, ce qui s'écrit :

$V_A = 2{,}00 \cdot V_B$ {I} $\qquad V_A = \dfrac{d_A}{t_A}$ {II} $\qquad V_B = \dfrac{d_B}{t_B}$ {III} $\qquad t_A + t_B = 1{,}00$ [h] {IV}

On se retrouve avec quatre équations (I, II, III et IV) et quatre inconnues (V_A, V_B, t_A et t_B), ce type de système peut se résoudre en insérant les équations les unes dans les autres et en se débarrassant ainsi des inconnues (cf. cours de mathématiques).
Il existe plusieurs manières de résoudre ce système d'équation. En voici une (? la plus simple ?)

<u>Ici, c'est des mathématiques...</u>

En combinant les égalités {I} ; {II} et {III}, on obtient : $\dfrac{d_A}{t_A} = 2 \cdot \dfrac{d_B}{t_B}$

En faisant un produit en croix : $d_A \cdot t_B = 2 \cdot d_B \cdot t_A$

De {IV} on en déduit que $t_A = 1$ [h] $- t_B$, que l'on substitue dans l'équation ci-dessus.

$d_A \cdot t_B = 2 \cdot d_B \cdot (1\ [h] - t_B)$. C'est une équation à une inconnue : t_B. Ici, t_B est exprimé en heures !

$d_A \cdot t_B = 2\ [h] \cdot d_B - 2 \cdot d_B \cdot t_B$ on a distribué.

$d_A \cdot t_B + 2 \cdot d_B \cdot t_B = 2\ [h] \cdot d_B$ on met tous les termes en t_B à gauche, les autres termes à droite.

$(d_A + 2 \cdot d_B) \cdot t_B = 2\ [h] \cdot d_B$ on met l'inconnue t_B en évidence.

$t_B = \dfrac{2\ [h] \cdot d_B}{d_A + 2 \cdot d_B}$ on isole l'inconnue t_B.

Application numérique : $t_B = \dfrac{2\ [h] \cdot 40\ [km]}{20 + 2 \cdot 40\ [km]}$ = 0,80 [h] = 48 minutes.

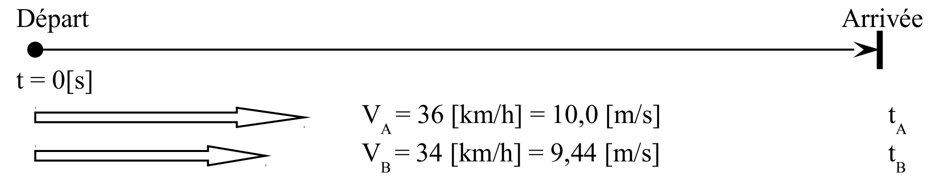
Donc $t_A = 60 - 48 = 12$ minutes.

Calculs des vitesses : $V_A = \dfrac{d_A}{t_A} = \dfrac{20\ [km]}{0{,}20\ [h]} = 100 \left[\dfrac{km}{h}\right]$; $V_B = \dfrac{d_B}{t_B} = \dfrac{40\ [km]}{0{,}80\ [h]} = 50 \left[\dfrac{km}{h}\right]$

<u>Ici, c'est la fin des mathématiques... la physique revient pour interpréter les résultats.</u>

Le calcul des vitesses est cohérent. V_A est bien le double de V_B et ces vitesses sont raisonnables.

10.



t_A = temps d'arrivée du premier coureur.
t_B = temps d'arrivée du second coureur.
d = distance franchie par les coureurs.
Le second sprinter arrive au but avec un retard T sur le premier, ce qui s'écrit :

$$t_B = t_A + T \qquad \{I\}$$

Les vitesses, valent :

$$V_A = \frac{d}{t_A} \qquad \{II\} \qquad\qquad V_B = \frac{d}{t_B} \overset{\{I\}}{=} \frac{d}{t_{++T}} \qquad \{III\}$$

De nouveau, il s'agit de résoudre mathématiquement un système de deux équations.

$d = V_A \cdot t_A = V_B \cdot (t_A + T)$. Ce n'est plus qu'un système d'une équation à une inconnue.
$V_A \cdot t_A = V_B \cdot t_A + V_B \cdot T$ on a effectué la distributivité.
$V_A \cdot t_A - V_B \cdot t_A = V_B \cdot T$ on a tous les termes contenant l'inconnue t_A à gauche.
$(V_A - V_B) \cdot t_A = V_B \cdot T$ on a mis en évidence l'inconnue t_A.
$t_A = \dfrac{V_B \cdot T}{V_A - V_B}$ on a isolé l'inconnue t_A.

Application numérique : $t_A = \dfrac{9{,}44\,[m/s] \cdot 0{,}590\,[s]}{10{,}0 - 9{,}44\,[m/s]} = 10{,}0\,[s]$
$d = V_A \cdot t_A = 10{,}0[m/s] \cdot 10{,}0[s] = 100\,[m]$
On peut vérifier : $d = V_B \cdot (t_A + T) = 9{,}44[m/s] \cdot (10{,}0 + 0.59[s]) = 100\,[m]$

Les sprinteurs ont couru 100 mètres.