Dynamique (du point matériel)

Dans le chapitre précédent, nous avons appris à décrire le mouvement, nous pouvons nous poser une question plus fondamentale relative à sa cause.

La dynamique étudie les causes des mouvements. Chaque fois qu'un corps au repos se met en mouvement ou qu'un corps en mouvement accélère, ralentit, s'arrête ou change de direction, il est soumis à une force. La notion de force nous vient de l'effort musculaire que nous produisons pour déformer, pousser, lancer ou tirer un objet.

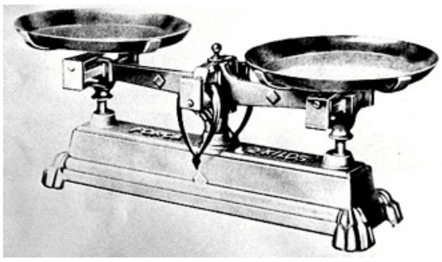
Définition :
On appelle corps tout objet matériel, qu'il soit à l'état solide, liquide ou gazeux. Un litre d'eau ou un litre d'air sont des corps. Une molécule, un atome, une particule sont des corps. La Terre, le Soleil ou n'importe quel astre est un corps.

Nous allons définir précisément la notion de **masse** et la notion de **force**, car ces deux notions sont fondamentales en dynamique.

Définition de la masse

La masse est caractérisée par les cinq propriétés suivantes :

1) Tout corps possède une masse. L'unité du S.I. de la masse est le kilogramme [kg].
2) On peut comparer la masse de deux corps, avec une balance à deux plateaux. Soit les masses des deux corps sont égales, soit l'une est plus grande que l'autre (une masse est plus "lourde" que l'autre).
3) Si on sépare un corps en plusieurs morceaux, la somme des masses des morceaux égale la masse du corps.



4) La masse d'un corps est indépendante de la température, de la pression, du lieu et ne change pas avec le temps.
5) La masse d'un corps constituée d'une matière homogène est proportionnelle au volume du corps. $m = \rho \cdot V$, où m représente la masse, ρ la masse volumique et V le volume.

Remarques :

° La masse d'un corps est la même sur Terre que sur la Lune ou dans l'espace. Elle ne change pas si on chauffe le corps ou si on le déforme.
° Les scientifiques du monde entier se sont mis d'accord pour établir une *masse de référence*. Elle est constituée d'une barre de platine iridié déposée au bureau international des poids et mesures, près de Paris. Cette barre de platine iridié défini une masse de 1 kilogramme.
° A partir d'une masse de référence, telle que la barre de platine ci-dessus, en utilisant les propriétés de la masse, on peut mesurer en principe la masse de n'importe quel corps.
° Ce sont des constatations *expérimentales* qui montrent que la définition de la masse donnée ci-dessus est cohérente.
° La masse permet de mesurer la *quantité de matière d'un corps*. Un corps composé de X atomes identiques a une masse X fois plus grande que la masse d'un de ces atomes.
Un corps composé de $6{,}0220 \cdot 10^{23}$ atomes identiques a une masse en grammes égale à la masse atomique des atomes qui le constituent. Par exemple : la masse atomique du carbone est de 12 [g / mole], donc un corps composé de $6{,}0220 \cdot 10^{23}$ atomes de carbone a une masse de 12 grammes.
° Le nombre $6{,}022 \cdot 10^{23}$ s'appelle le nombre d'Avogadro.

Définition de la force

Une force est une grandeur caractérisée par :
1) Une intensité qui se mesure avec un *dynamomètre*. Son unité du S.I. est le **Newton** [**N**].
2) Une direction.
3) Un sens.
4) Un point d'application.
5) Des forces ayant le même point d'application peuvent s'additionner, mais d'une manière spéciale que nous verrons en pages 5 et 6. L'addition des intensités ne donne **pas** une force résultante.

Mesure de l'intensité d'une force :

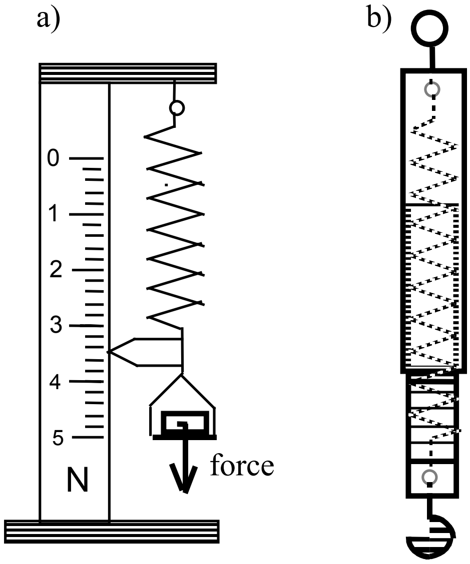
On peut déterminer **l'intensité** d'une force en mesurant l'allongement d'un ressort déformé par la force (a).

Unité du S.I. : **le Newton**   Symbole: **[N]**

Instrument de mesure : **le dynamomètre**

Le ressort des dynamomètres utilisés au laboratoire est "enfermé" dans deux cylindres qui coulissent l'un dans l'autre (b).

Dynamomètres



Ici on définit la force par sa propriété de déformer un ressort. La force est proportionnelle à l'élongation du ressort. On écrit : $F = k \cdot x$ où
F = la force appliquée sur le ressort, dans la direction de la longueur du ressort. [N]
x = l'élongation du ressort. [m]
k = un coefficient de proportionnalité. [N / m]

A la surface d'une planète ou d'un astre, si on accroche une masse au bout d'un ressort tenu verticalement, l'élongation du ressort est proportionnelle à la masse. Donc la force qu'exerce la masse sur le ressort est proportionnelle à la masse. on a :

$$\boxed{F_p = m \cdot g}$$

F_p = force de la pesanteur. [N]
m = masse du corps. [kg]
g = une constante. [N / kg] ou [m / s^2]
Sur la Terre, $g = 9{,}81$ [m / s^2] = l'accélération de la pesanteur.

On dit qu'une force est une **grandeur vectorielle** car en plus d'une intensité, elle est caractérisée par une direction et un sens. Pour indiquer cela, on place une flèche au-dessus du symbole qui représente une force : $\vec{F}$

Pour symboliser **l'intensité** (ou la norme) d'une force on écrit :

F (sans flèche) (ou comme dans le cours de mathématiques $\| \vec{F} \|$)

Exemple : notation correcte : $F = \| \vec{F} \| = 3{,}7 \cdot 10^4$ [N]

notation fausse : $\vec{F} = 3{,}7 \cdot 10^4$ [N] donc $\cancel{\vec{F} = 3{,}7 \cdot 10^4 \text{ [N]}}$

Exemple de forces :

Quelques exemples de forces rencontrées tous les jours:

- La **force de gravitation** : elle est directement liée à l'interaction fondamentale gravitationnelle. La **force de pesanteur** est la force de gravitation à la surface d'une planète.

- La **force de Coulomb** : elle est directement liée à l'interaction fondamentale électromagnétique. Comme cette interaction est 10^{38} fois plus forte que l'interaction gravitationnelle, cela explique pourquoi le "monde tient debout", pourquoi il est impossible de séparer tous les électrons et tous les noyaux, ne serait ce que dans un gramme de matière, etc.

- • Toutes les forces suivantes sont indirectement liées à l'interaction électromagnétique :
- Les **forces de frottement** (elles se répartissent en différents types : frottements solide-solide, solide-liquide, etc.).
- Les **forces de soutien**
- Les **forces de rappel** des ressorts
- Les **forces musculaires**
- Les **forces de traction (ou motrices)** des moteurs à essence, électrique, ou autre…
- Les **forces** dues à des réactions chimiques (effets dus aux explosions chimiques par ex.)

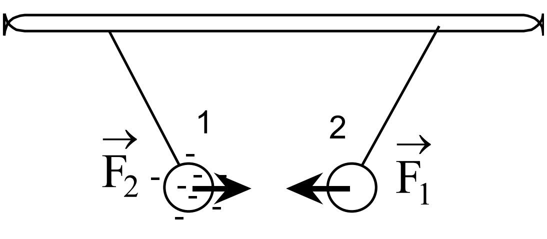
Les **forces** peuvent *déformer* des objets et sont toujours la *cause d'une modification d'une vitesse*.

Exemples :
- La masse d'un objet posé sur un coussin se trouvant sur une table en modifie sa forme.
- La force de traction d'une voiture en ligne droite provoquera un changement du mouvement de translation de la voiture.
- La force exercée par le moteur d'un carrousel changera le mouvement de rotation du carrousel.
- La force qu'exerce le Soleil sur la Terre fait changer la direction de la vitesse de la Terre.

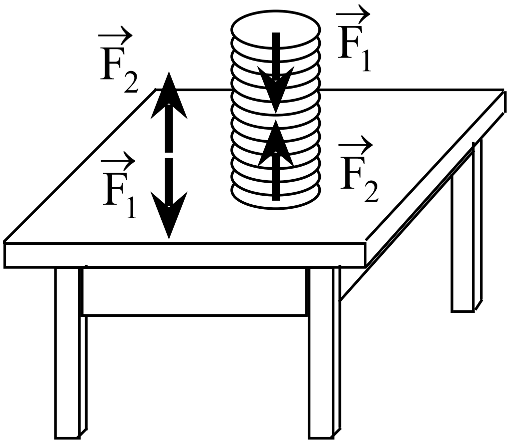
Remarque : Nous symboliserons tout objet soumis à une ou plusieurs force(s) par **un point** !
D'où le terme de "**Dynamique du point matériel**".

La notion d'interaction

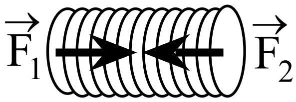
Pour quelle raison devrait-on parler d'interaction (action réciproque) et pas seulement de l'action d'une force ? Si nous observons des situations simples nous constatons qu'une force n'existe jamais seule ! Donnons quelques exemples :



1 - Suspendons deux boules de sureau, de même masse, sur une tige horizontale. Si nous chargeons la boule 1 elle agit sur la boule 2 avec une force $\vec{F}_1$ (le fil s'incline vers la gauche) mais nous constatons que la boule 1 est aussi attirée par la boule 2 avec une force $\vec{F}_2$ (le fil s'incline vers la droite : l'action est réciproque !)



2 - Appuyons sur la table avec une force $\vec{F}_1$, la table résiste avec une force $\vec{F}_2$
Pour nous convaincre intercalons un ressort pour matérialiser la présence d'une force :
il est impossible de comprimer le ressort (d'agir avec une force) si la table ne résiste pas !



3 - Plaçons maintenant le ressort horizontalement et comprimons le entre les deux mains. Quelle est la main qui agit avec la plus grande force ? Cette question paraît absurde à cause de la symétrie du problème mais dans l'exemple 2 nous avons souvent de la peine à admettre que les intensités des forces sont égales !

On constate donc que si un corps subit une force, il doit forcément y avoir un autre corps qui interagit avec lui!

Les forces découlent toutes des quatre **interactions fondamentales** suivantes :
1. Interactions gravitationnelles
2. Interactions électromagnétiques
3. Interactions nucléaires fortes
4. Interactions nucléaires faibles

Nous possédons une connaissance empirique des interactions gravitationnelle et électromagnétique car leur portée est illimitée ce qui leur permet de se manifester à l'échelle macroscopique. En revanche, les interactions faible et forte ont une portée très faible (de l'ordre de la taille des noyaux atomiques soit 10^{-15} m) ce qui confine leurs effets au monde des particules exclusivement. Nous n'avons donc aucune expérience de ces interactions autres que celles que nous renvoient les expérimentations réalisées par les physiciens dans les accélérateurs de particules.

Les deux interactions nucléaires n'interviennent donc que pour des phénomènes propres au noyau de l'atome et n'ont pas d'effet direct à plus grande échelle.

A l'échelle humaine, deux interactions sont donc observables :
- L'interaction gravitationnelle, qui se résume à 'la masse attire la masse'. Cette interaction est toujours **attractive**. (Cette interaction sera étudiée plus loin)
- L'interaction électrique, où les charges électriques s'attirent ou se repoussent selon que leurs signes sont opposés ou identiques. Cette interaction peut donc être **attractive ou répulsive**. (Cette interaction sera étudiée en 2$^{\text{ème}}$ année)

Grandeurs scalaires et grandeurs vectorielles.

Les forces sont représentées avec une flèche au-dessus de la lettre '*F*' : $\vec{F}$.
Cette notation indique que la force n'est pas une grandeur **scalaire**, mais **vectorielle**.

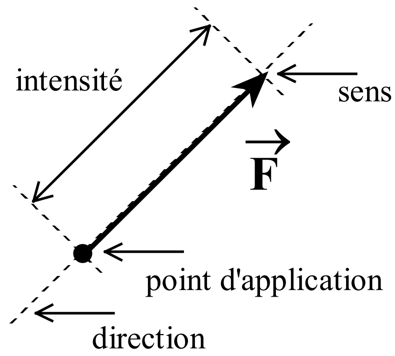
Certaines grandeurs n'ont *pas* de caractère géométrique, elles sont complètement définies par un nombre et une unité. Ces grandeurs sont appelées grandeurs scalaires.
Exemples de grandeurs scalaires : la masse **m**, la température **T**, le temps **t**, la pression **p**.
D'autres grandeurs *ont un caractère géométrique*, elles sont dites grandeurs vectorielles ou vecteurs.
Exemples de *grandeurs vectorielles* : le déplacement $\vec{d}$, la vitesse $\vec{v}$, la force $\vec{F}$.
Elles ne sont complètement définies **que** si on en connaît **4** caractéristiques :

Caractéristiques d'une flèche représentant une force :

- L'**intensité** d'une force (mesurée en Newtons [N]) n'est pas la seule caractéristique de cette force. Il y a aussi :

- sa **direction** (ou sa droite d'action),
- son **sens**,
- son **point d'application**.

Représentation d'une force par une flèche :



On représente une grandeur vectorielle par une flèche, dont la longueur est proportionnelle à l'intensité selon une échelle **qui est chaque fois précisée**.

Voici un exemple d'échelle : 1 [cm] ↔ 10 [N]

Addition et soustraction de vecteurs
Sauf cas particulier (vecteurs de même direction) on ne peut additionner (ou soustraire) les intensités. Nous aurons recours à une méthode graphique en sorte à tenir compte du caractère géométrique des vecteurs : Cette méthode est décrite à la page suivante.

Addition de vecteurs par la méthode du parallélogramme
Dans la plupart des cas, plusieurs forces agissent sur un corps. De fait, nous seront obligés de calculer la résultante de plusieurs forces agissant sur un corps pour prédire quel sera l'effet résultant de l'application de ces forces sur ce corps.

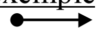
La force résultante est la force qui, à elle toute seule, aurait le même effet que l'ensemble des forces qui agissent sur un corps.

Voici comment on additionne des forces représentées par des flèches.

- Dans un premier temps, on représente ces forces par des flèches dont les longueurs expriment les intensités selon une échelle judicieusement choisie : 1 [cm] $\leftrightarrow$ n [N] (n = 1 [N] dans l'exemple ci-dessous). Sauf cas particulier (vecteurs de même direction), on ne peut additionner (ou soustraire) les intensités.
- Dans un second temps :

1) on trace à l'extrémité du vecteur $\vec{F}_1$ une droite parallèle à $\vec{F}_2$.
2) on trace à l'extrémité du vecteur $\vec{F}_2$ une droite parallèle à $\vec{F}_1$.
3) on trace le vecteur résultant $\vec{F}_{\text{Rés }1;2}$: même point d'application que $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$, extrémité située à l'intersection des 2 droites tracées précédemment.

<u>Exemple</u> : 1 N $\leftrightarrow$ 1 cm



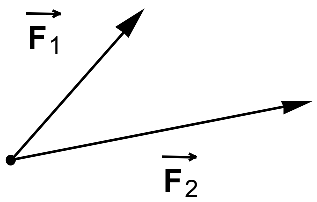


Figure 1

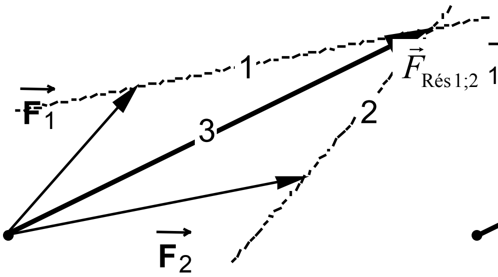


Figure 2

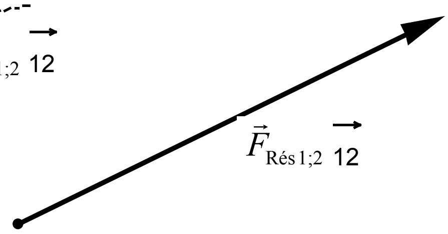
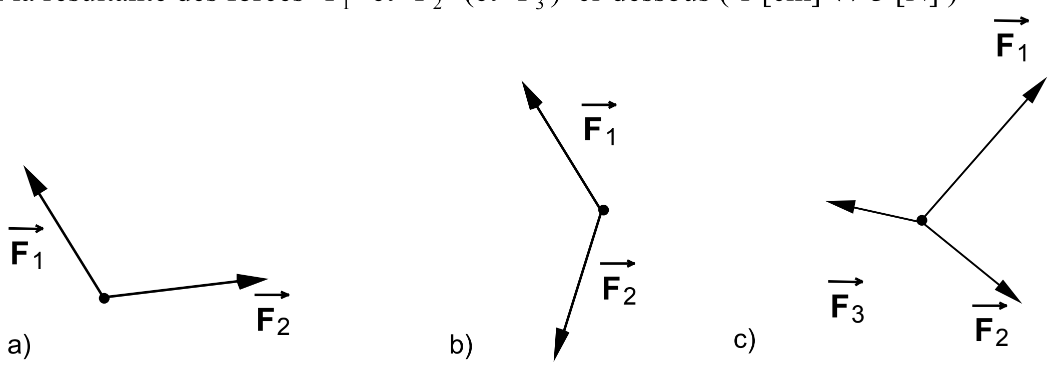


Figure 3

- Dans un troisième temps, on constate ! Les forces $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$ agissant sur un objet représenté par un point dans la figure 1 ci-dessus induisent sur cet objet le même effet que la force (virtuelle !...) $\vec{F}_{\text{Rés }1;2}$ dans la figure 3 ci-dessus : on dit que $\vec{F}_{\text{Rés }1;2}$ est la **force résultante** de $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$.

Petit exercice… :

Dessinez la résultante des forces $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$ (et $\vec{F}_3$) ci-dessous (1 [cm] $\leftrightarrow$ 3 [N])



Dans chaque cas, mesurez la résultante en [N].

Les lois de la dynamique.

Sir Isaac Newton (Grande- Bretagne, 1642-1727) fut mathématicien et astronome aussi bien que physicien et mécanicien, expérimentateur aussi bien que théoricien. Son œuvre constitue sans conteste le plus grand moment de la science moderne telle qu'elle s'est constituée après la Renaissance. Il renouvela l'analyse et la géométrie en inventant le calcul différentiel et intégral, dont il partage la paternité avec Leibniz, ouvrit le domaine de l'optique physique, il fonda la mécanique rationnelle en unifiant la mécanique céleste de Kepler et la mécanique terrestre de Galilée.

La "Pomme de Newton" fait allusion à la circonstance qui mit Newton sur la trace des lois de l'attraction universelle. Ayant observé la chute d'une pomme sous l'influence de son poids (force de pesanteur ou force de gravitation locale), il pensa que le mouvement de la Lune autour de la Terre pouvait s'expliquer par une force de même nature. Subséquemment, il repensa la dynamique et énonça trois lois fondamentales :

I. $1^{\text{ère}}$ loi de Newton (ou principe d'inertie, ou encore principe de Galilée)

L'observation montre ***que si la force résultante agissant sur un corps est nulle, alors ce corps reste soit au repos (immobile), soit en mouvement rectiligne uniforme***.
Autrement dit, si la force résultante agissant sur un corps est nulle, alors sa vitesse ne varie ni en direction ni en intensité.

Par exemple, Une personne qui saute d'un avion voit sa vitesse augmenter, jusqu'à ce que la force de gravitation soit compensée par les forces de frottements. Dans ce cas, elle tombe à vitesse constante. L'expérience montre que cette vitesse est proche de 200 [km/h].

II. $2^{\text{ème}}$ loi de Newton (ou loi fondamentale de la dynamique)

L'expérience montre que ***lorsque la résultante des forces agissant sur un corps est non nulle, sa vitesse varie (en direction et/ou en intensité).*** Ce corps subit donc une accélération qui a même direction et même sens que la force. Pour obtenir la même accélération, il faut une plus grande force, si la masse est plus grande. Pour une même force, l'accélération est plus petite si la masse est plus grande. Il y a une relation entre la force résultante $\vec{F}_{\text{résultante}}$, la masse m et l'accélération $\vec{a}$ telle que :

$$\boxed{\vec{F}_{\text{résultante}} = \mathrm{m} \cdot \vec{a}}$$ *(CRM page128)*

Remarques :

- Cette relation montre que : un newton vaut : $1\left[\mathrm{N}\right] = 1\left[\mathrm{kg} \cdot \dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right]$
- Si $\vec{F}_{\text{résultante}} = \vec{0}$ alors $\vec{a} = \vec{0}$ donc $\vec{V} = \overrightarrow{\text{constante}}$, on retrouve le principe d'inertie comme cas particulier de la loi fondamentale.
- La force résultante qui s'exerce sur un objet nous permet de savoir quelle est son accélération ! Cette constatation donne une démarche permettant de résoudre la plupart des problèmes de dynamique :
- On a vu que la **<u>force de la pesanteur</u>** égale : $\vec{F}_P = \mathrm{m} \cdot \vec{g}$.

  Donc *si c'est la seule force* qui s'applique sur un corps de masse m, on a : $\vec{F}_{\text{résultante}} = \vec{F}_p = \mathrm{m} \cdot \vec{g}$,
  donc $\mathrm{m} \cdot \vec{a} = \mathrm{m} \cdot \vec{g}$ donc $\underline{\vec{a} = \vec{g}}$

  L'accélération d'un corps soumit uniquement à la force de la pesanteur égale l'accélération de la gravitation.

III. $3^{\text{ème}}$ loi de Newton (ou principe d'action et réaction)

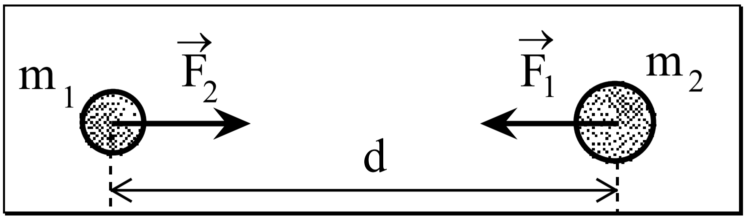
Lorsqu'un corps (A) exerce une force $\vec{F}_A$ sur un corps (B), le corps (B) réagit en exerçant une force $\vec{F}_B$ sur le corps (A) telle que $\vec{F}_B = -\vec{F}_A$. *(Table CRM page132)*

Cette loi réaffirme la recommandation faite dans l'introduction, à savoir qu'une force n'existe jamais seule et, par conséquent, qu'il ne faut pas seulement parler de force, mais d'interaction.
Il est impossible de pousser un objet sans être repoussé dans l'autre sens.

Parmi les quatre interactions fondamentales, nous n'en étudierons qu'une en première année, à savoir l'interaction gravitationnelle.

La force de gravitation :

Supposons deux corps de masses $\mathbf{m_1}$ et $\mathbf{m_2}$ quelconques, (cela peut aussi bien être un atome qu'une voiture, une fourmi qu'une planète…), dont les centres (de masses…) sont séparés par une distance **d** :



Rappel de la loi d'action-réaction: $\mathbf{F_1 = F_2 = F}$!!! Si la Terre vous attire avec une force de 600 [N], vous attirez la Terre avec une force de 600 [N] !

Une propriété de la masse est d'attirer la masse, il en résulte une force de gravitation. En variant les paramètres (m_1, m_2 et d), on constate que:
- si on **double une** masse la force **double**,
- si on **double** la distance, la force est **divisée par quatre**.

On dit alors que la force de gravitation est proportionnelle à chacune des masses et est inversement proportionnelle au carré de la distance,

Ces trois paramètres (m_1, m_2 et d) sont les seules qui peuvent modifier la force de gravitation F. La force de gravitation est donc entièrement définie par la relation :

$$\boxed{F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{d^2}}$$ *(Table CRM page129)*

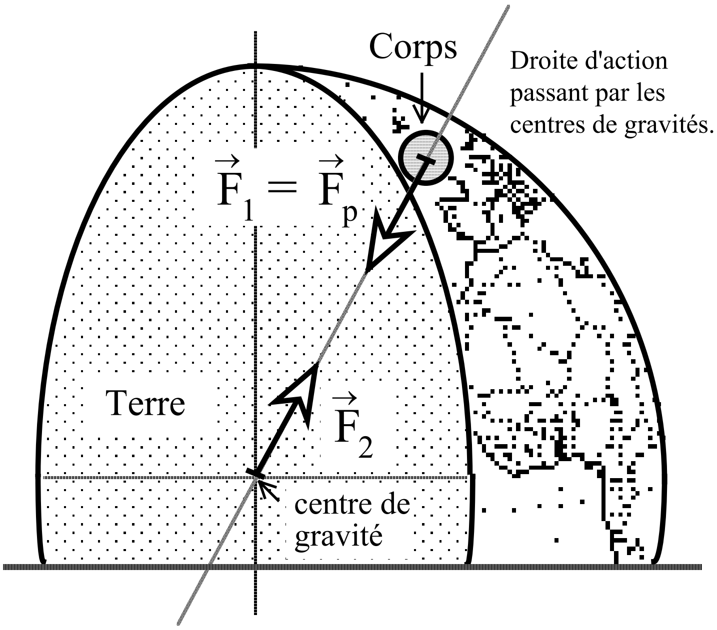
La constante **G (≠ g)** s'appelle la **Constante de la Gravitation Universelle** et vaut :

$$G = 6{,}67_{259} \cdot 10^{-11} \left[\frac{\mathrm{N} \cdot \mathrm{m}^2}{\mathrm{kg}^2}\right] = 6{,}67_{259} \cdot 10^{-11} \left[\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{kg} \cdot \mathrm{s}^2}\right]$$ *(Table CRM page157)*

La constante de gravitation est très petite ce qui implique que pour des petites masses (masses de l'ordre de quelques kilogrammes) et une distance de l'ordre du mètre, cette interaction est très faible et n'est **pas perceptible** par nos sens.
En revanche, nous pouvons percevoir une force qui nous "colle" sur le sol :

La force de pesanteur

L'interaction de gravitation entre la Terre et tout objet placé à sa surface peut être calculée comme nous l'avons vu précédemment. On appelle "force de pesanteur", notée, $\vec{F}_P$, la force d'attraction de la Terre (d'une autre planète, d'un astre) que subit un corps placé à sa surface.



$$F_1 = F_p = G \cdot \frac{m \cdot M_T}{R_T^2} (= F_2)$$

Les autres caractéristiques de la force de pesanteur sont :

direction : la verticale

sens : vers le bas

point d'application : on place cette force au centre de masse (centre de gravité) de l'objet.

Dans les calculs de forces de pesanteur une partie des facteurs reste identique : G, M et d (= R) pour un lieu donné. Le calcul peut donc être simplifié en regroupant ces facteurs :

$$F_p = G \frac{m \, M}{R^2}$$

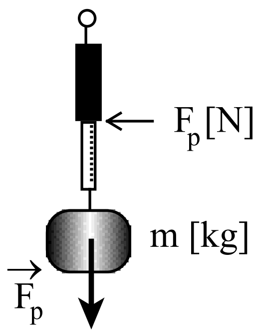
facteurs constants pour un lieu donné

On appelle **accélération de la pesanteur** : $\mathbf{g} = G \cdot \frac{M}{R^2}$

M = la masse de l'astre, R = le rayon de l'astre, $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \left[\frac{N \cdot m^2}{kg^2} \right]$.

Par conséquent : $\boxed{F_p = m \cdot g}$

F_p : [N]
m : [kg]
g : [m/s²]



Si M est la masse d'un astre et R son rayon à l'endroit considéré, pour un lieu donné, le calcul de l'intensité de la force de pesanteur peut être simplifié en calculant :

$$\boxed{g = G \cdot \frac{M}{R^2}}$$

A la surface de la Terre : $g = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 5{,}97 \cdot 10^{24} / (6{,}37 \cdot 10^{6})^{2} \cong 9{,}81$ [m/s^2]

A la surface de la Lune : $g = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 7{,}35 \cdot 10^{22} / (1{,}74 \cdot 10^{6})^{2} \cong 1{,}62$ [m/s^2]

On constate que g = 9,81 [m/s^2] est une valeur moyenne à la surface de la Terre, car :
- g diminue avec l'altitude (R augmente)
- la Terre n'est pas exactement une sphère et de plus elle tourne sur elle-même ! (c. f. table CRM p. 196, pour une formule plus complète…)

Remarque 1 :
La connaissance de $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ [N · m^2 / kg^2] (mesurée grâce à des expériences assez délicates), en plus de la connaissance du rayon terrestre R = 6'370'000 [m] et de celle de l'accélération terrestre g = 9,81 [m/s^2], ont permis d'estimer, avec une assez bonne précision, la masse de la Terre.

De fait, on obtient : $g = G \cdot \frac{M}{R^2}$ donc $M = \frac{R^2 \cdot g}{G} = ...$

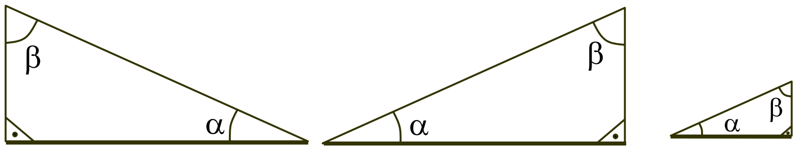
Faites le calcul comme exercice, et vérifiez avec la valeur donnée dans la table CRM.

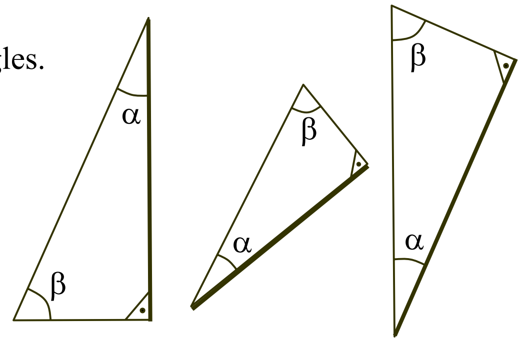
Remarque 2 :
Le principe d'action et réaction, qui est la 3ème loi de Newton, nous dit que si la Terre exerce une force de 589 N sur un homme de 60 kg, alors l'homme de 60 kg exerce sur la Terre une force de 589 N également, mais directement opposée... L'homme et la Terre ne subiront cependant pas les mêmes effets :
- l'homme subit une accélération de 9,81 m/s^2 s'il chute dans le vide (m = 60 kg).
- la Terre subit une accélération de $9{,}81 \cdot 10^{-23}$ m/s^2 en cas de chute ($M \cong 6 \cdot 10^{24}$ kg), autant dire une accélération non mesurable tellement elle est petite...

Notions de trigonométrie dans des triangles <u>rectangles</u> :

Ce qui suit sera utile pour résoudre des problèmes sur le plan incliné.

Voici plusieurs triangles **rectangles**, ayant tous les mêmes angles.





Remarquez que : $\alpha + \beta = 90°$, puisque la somme des angles d'un triangle égale 180°.

Tous ces triangles sont **semblables** car ils ont les mêmes angles.
Le côté le plus long s'appelle **l'hypoténuse**.
Les autres côtés, ceux qui forment l'angle droit, sont appelés les **cathètes**.
Le côté qui a été dessiné en plus gros est **adjacent à l'angle α**. Il forme un des côtés de l'angle α, l'autre étant l'hypoténuse.
Le côté qui a été dessiné en plus gros est **opposé à l'angle β**.

L'autre cathète est **adjacent à l'angle β**. Elle forme un des côtés de l'angle β, l'autre étant l'hypoténuse.
L'autre cathète est **opposé à l'angle α**.

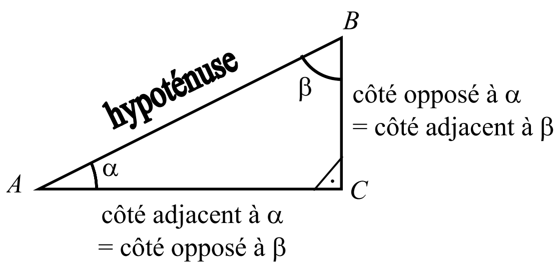
Le théorème de Thalès nous indique que le rapport de la longueur du côté *opposé* à α sur la longueur de l'hypoténuse donne *le même nombre* pour tous ces triangles. Ce nombre ne dépend que de la valeur de α. On le note **sin(α)**.
"sin" se lit "sinus",
"α" se lit "alpha", "β" se lit "beta",
"sin(α)" se lit "sinus de alpha".

On sait aussi que le rapport de la longueur du côté *adjacent* à α sur la longueur de l'hypoténuse donne *le même nombre* pour tous ces triangles. Ce nombre ne dépend que de la valeur de α.
On le note **cos(α)**.
"cos" se lit "cosinus",
"α" se lit "alpha", "β" se lit "beta",
"cos(α)" se lit "cosinus de alpha".

En résumé on a : $\boxed{\sin(\alpha) = \dfrac{\text{longueur du côté opposé à } \alpha}{\text{longueur de l'hypoténuse}}}$ $\boxed{\cos(\alpha) = \dfrac{\text{longueur du côté adjacent à } \alpha}{\text{longueur de l'hypoténuse}}}$

Et par symétrie : $\boxed{\sin(\beta) = \dfrac{\text{longueur du côté opposé à } \beta}{\text{longueur de l'hypoténuse}}}$ $\boxed{\cos(\beta) = \dfrac{\text{longueur du côté adjacent à } \beta}{\text{longueur de l'hypoténuse}}}$

"sin(β)" se lit "sinus de beta".
"cos(β)" se lit "cosinus de beta".

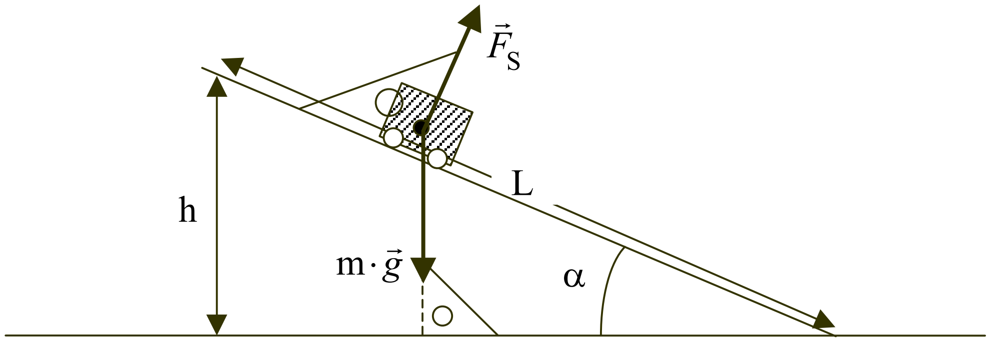


Le plan incliné :

Prenons un corps de masse m qui se trouve sur un plan incliné, il subit au moins deux forces :

- la force de pesanteur $m \cdot \vec{g}$
- la force de soutien du plan $\vec{F}_S$ de réaction du plan, qui est toujours orientée perpendiculairement à la surface du plan incliné.

La figure ci-dessous nous montre la représentation vectorielle du problème.

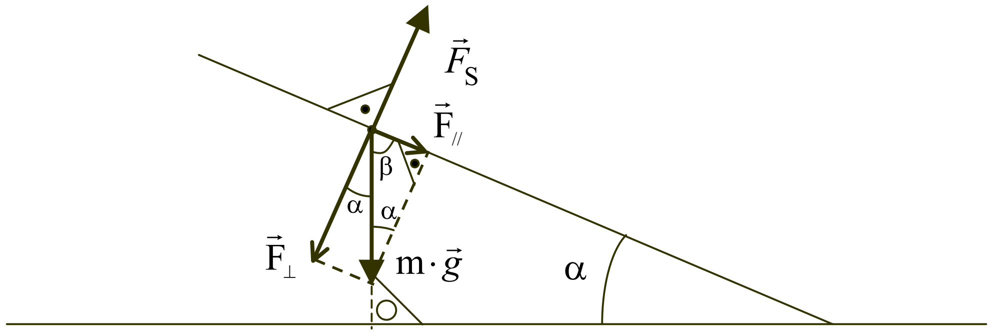


Que se passera-t-il ? Quelle sera son accélération ?

Nous avons vu que l'addition de deux vecteurs donne un vecteur résultant qui produit exactement le même effet. L'opération inverse est aussi possible, c'est à dire que l'on peut décomposer un vecteur en deux vecteurs. On parle alors de composantes du vecteur. Ces composantes auront le même effet que le vecteur initial.

Dans la situation du plan incliné, on va décomposer $m \cdot \vec{g}$ en deux composantes :

- une composante parallèle au plan, que l'on appellera $\vec{F}_{//}$
- une composante perpendiculaire au plan que l'on appellera $\vec{F}_{\perp}$

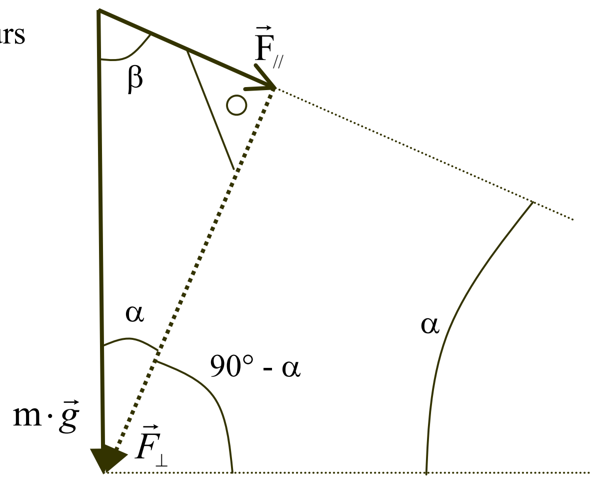


Il est aisé de vérifier que l'addition des deux composantes $\vec{F}_{//}$ et $\vec{F}_{\perp}$ redonne bien $m \cdot \vec{g}$.

Par expérience, nous savons que l'objet ne va pas traverser le plan incliné (si celui-ci est solide…), ni décoller de sa surface (à moins d'avoir des ailes…) : la force résultante qui s'exerce sur le corps est donc forcément le long du plan incliné.
On en déduit :

- $\vec{F}_S$ est compensée par $\vec{F}_{\perp}$, les deux forces s'annulent mutuellement : $\boxed{\vec{F}_S + \vec{F}_{\perp} = \vec{0}}$
- La force résultante $\vec{F}_{Rés}$ est donc égale à la dernière force en jeu $\vec{F}_{//}$: $\vec{F}_{Rés} = \vec{F}_{//}$
  Elle est parallèle au plan incliné.

Reste la question : comment calculer $F_{//}$?



Remarquez que m·g, $F_{//}$ et $F_{\perp}$ correspondent aux trois longueurs d'un triangle rectangle,
m·g étant la longueur de l'hypoténuse,
$F_{//}$ étant la longueur du côté opposé à α,
$F_{\perp}$ étant la longueur du côté adjacent à α.

La trigonométrie dans un triangle rectangle nous indique que :

$$\sin(\alpha) = \frac{F_{//}}{m \cdot g} \quad \text{et} \quad \cos(\alpha) = \frac{F_{\perp}}{m \cdot g}$$

Donc $F_{//} = \mathrm{m} \cdot \mathrm{g} \cdot \sin(\alpha)$ et $F_{\perp} = \mathrm{m} \cdot \mathrm{g} \cdot \cos(\alpha)$

α = l'angle d'inclinaison du plan incliné.

L'angle α du plan incliné se retrouve dans le triangle des forces. Pour le voir, il suffit de constater que les deux triangles sont rectangles et ont un sommet commun dont la valeur vaut β = 90° − α. Donc ils sont semblables et ont l'angle α en commun.

Dans l'exemple ci-dessus, on en déduit : $F_{Rés} = m \cdot g \cdot \sin(\alpha)$

Avec la deuxième loi de Newton ($F_{rés} = m \cdot a$), on constate que : $a = g \cdot \sin(\alpha)$

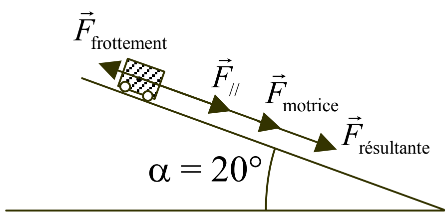
<u>Conclusion</u> : En l'absence d'autres forces, telle que la force de frottement, la force résultante peut s'écrire **m·g·sin(α)** et l'accélération égale **g·sin(α)**.

En cas de force motrice $\vec{F}_{motrice}$ et/ou de frottement $\vec{F}_{frottement}$, il faut faire une addition vectorielle.
La force résultante égale : $\boxed{\vec{F}_{Rés} = \vec{F}_{//} + \vec{F}_{motrice} + \vec{F}_{frottement}}$. L'addition est simple, car ces trois forces sont généralement parallèles.

Sachez que la force de soutien égale $\boxed{F_S = F_{\perp} = m \cdot g \cdot \cos(\alpha)}$ et que $\boxed{F_{//} = m \cdot g \cdot \sin(\alpha)}$

<u>Remarque :</u>
Pour passer de l'égalité vectorielle : $\vec{F}_{Rés} = \vec{F}_{//} + \vec{F}_{motrice} + \vec{F}_{frottement}$ avec les flèches,
à une égalité sans les flèches, il faut suivre la règle suivante :
Les forces allant dans le **même sens** ont le **même signe**.
Les force allant dans des **sens opposés** ont des **signes opposés**.

<u>Exemple :</u>
L'égalité vectorielle : $\vec{F}_{Rés} = \vec{F}_{//} + \vec{F}_{motrice} + \vec{F}_{frottement}$
devient : $F_{Rés} = F_{//} + F_{motrice} - F_{frottement}$
la force de frottement est de signe opposé à la force résultante, car elle est de sens opposé.



Exercices qui suivent le cours de dynamique.

1) Donnez trois exemples de corps.

2) La masse d'un corps est-elle plus grand ou plus petite sur Mars que sur la Terre ?

3) Avec quel instrument mesure-t-on une force ?

4) Soit une force qui allonge un ressort de 7 centimètres. Quelle est l'allongement du ressort si on double la force? Et si on triple la force ?

5) Quelle force exerce une masse de 1 kilogramme sur la Terre ?
La force exercée par cette masse sur la Lune, sera-t-elle la même ?

6) Est-il exacte d'écrire $\vec{F} = 3$ [N], pour indiquer l'intensité d'une force ?

7) Donnez plusieurs exemples de forces.

8) Quelle différence y a-t-il entre une force et une interaction ?

9) Combien d'interactions fondamentales existe-t-il ?
Laquelle est étudiée en première année ? Laquelle est étudiée en deuxième année ?

10) Quelle différence(s) y a-t-il entre une grandeur scalaire et une grandeur vectorielle ?

11) Additionnez les vecteurs de la page 6 et indiquez l'intensité de la force résultante sachant que 1 centimètre représente 3 Newtons.

12) Dessinez cinq forces telles que la force résultante soit nulle.

13) Qui était Newton ?

14) Que dit la loi fondamentale de la dynamique ?

15) Est-il exacte que la $1^{ère}$ loi de Newton est une conséquence de la $2^{ème}$ loi de Newton ?

16) Si vous tirez sur une corde avec une force de 80 Newtons, avec quelle force la corde vous tire-t-elle ?

17) Si je double la distance entre deux masses, leur force d'attraction va-t-elle diminuer ou augmenter ? De quel facteur ?

18) Calculez les valeurs du sinus et cosinus des angles suivants : 0°, 15°, 30°, 45°, 60°, 75°, 90°.
Vérifiez sur ces exemples que $\cos(90° - \alpha) = \sin(\alpha)$.

19) Quelle est l'accélération d'un skieur sur une pente de 60 degrés ? Les forces de frottement seront négligées...