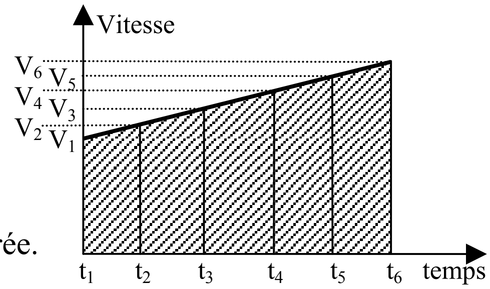
Annexe au cours de cinématique

<u>Montrons que le déplacement Δx égale l'aire hachurée sous la droite.</u>



On a vu que : $V_1 = \dfrac{dx}{dt} \approx \dfrac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$, $V_2 \approx \dfrac{x_3 - x_2}{t_3 - t_2}$, $V_3 \approx \dfrac{x_4 - x_3}{t_4 - t_3}$, etc.

Donc : $x_2 - x_1 \approx V_1 \cdot (t_2 - t_1) \approx A_1$, $x_3 - x_2 \approx V_2 \cdot (t_3 - t_2) \approx A_2$, etc.

Donc $x_6 - x_1 = \underbrace{x_6 - x_5}_{\approx V_5 \cdot (t_6 - t_5)} + \underbrace{x_5 - x_4}_{\approx V_4 \cdot (t_5 - t_4)} + \underbrace{x_4 - x_3}_{\approx V_3 \cdot (t_4 - t_3)} + \underbrace{x_3 - x_2}_{\approx V_2 \cdot (t_3 - t_2)} + \underbrace{x_2 - x_1}_{\approx V_1 \cdot (t_2 - t_1)}$

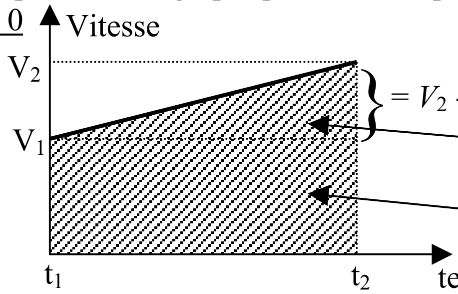
$x_6 - x_1 \approx A_5 + A_4 + A_3 + A_2 + A_1$ = aire hachurée.

Plus les intervalles de temps sont petits, plus l'approximation "$x_n - x_1 \approx$ aire hachurée" est bonne.

<u>Montrons comment trouver l'équation horaire du MRUA.</u>

Etudions pour cela le graphique suivant représentant la vitesse en fonction du temps :

<u>Cas $a > 0$</u>



$= V_2 - V_1 = a \cdot (t_2 - t_1)$

Aire$_{\text{Triangle}}$ $= ½ \cdot a \cdot (t_2 - t_1) \cdot (t_2 - t_1) = ½ \cdot a \cdot (t_2 - t_1)^2$

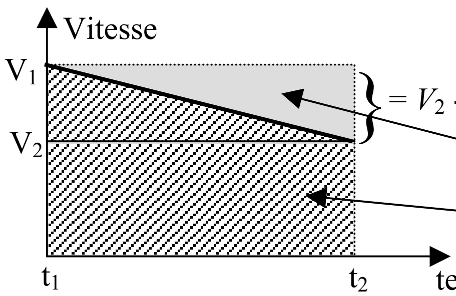
Aire$_{\text{Rectangle}}$ $= V_1 \cdot (t_2 - t_1)$

Le déplacement Δx égale l'aire hachurée, qui est égale à la surface du rectangle plus celle du triangle :

$$\Delta x = \text{Aire}_{\text{Rectangle}} + \text{Aire}_{\text{Triangle}} = V_1 \cdot (t_2 - t_1) + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (t_2 - t_1)^2$$

On a trouvé l'équation horaire du MRUA.

<u>Cas d'un MRUA avec une accélération négative : $a < 0$</u>



$= V_2 - V_1 = -a \cdot (t_2 - t_1)$ (a est négatif, donc $-a$ est positif)

Aire$_{\text{Triangle}}$ $= ½ \cdot (-a) \cdot (t_2 - t_1) \cdot (t_2 - t_1) = -½ \cdot a \cdot (t_2 - t_1)^2$

Aire$_{\text{Rectangle}}$ $= V_1 \cdot (t_2 - t_1)$ Rectangle de hauteur V_1 !

Le déplacement Δx égale l'aire hachurée, qui est égale à la surface du rectangle de hauteur V_1 moins celle du triangle :

$$\Delta x = \text{Aire}_{\text{Rectangle}} - \text{Aire}_{\text{Triangle}} = V_1 \cdot (t_2 - t_1) + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (t_2 - t_1)^2$$ (on a utilisé : $-(-a) = +a$)

On a retrouvé l'équation horaire du MRUA.

Puisque a est négatif,
ce terme est aussi négatif.