Pression et Hydrostatique

1. Notion de pression

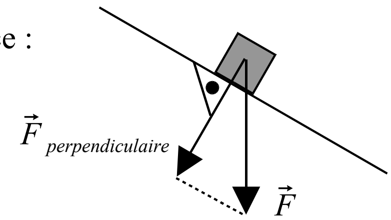
La notion de **pression** permet d'aborder des questions du style :
- Pourquoi est-il plus aisé de marcher sur la neige fraîche avec des raquettes ?
  Sans raquette, on s'enfonce dans la neige... Pourtant, notre poids reste grosso modo le même...
- Pourquoi on finit 9 fois sur 10 à l'hôpital lorsqu'une mignonne, charmante, très fine et légère demoiselle (de faible poids !) nous marche sur un pied avec des talons aiguilles ?
  On sous-entend, dans cette question, que la charmante demoiselle nous a marché dessus avec le talon.
- Pourquoi une aiguille pénètre-t-elle avec autant de facilité dans la peau, alors que la force pour effectuer cette opération est si faible ?

1.1 Définition

Soit une force $\vec{F}$, qui s'exerce uniformément sur une surface S.
On définit alors la **pression** comme étant le rapport de la force sur la surface :

$$\boxed{P = \frac{F_{perpendiculaire}}{S}}$$

où $F_{perpendiculaire}$ est la composante de $\vec{F}$ perpendiculaire à S.



Remarque : L'unité du Système International de la pression est le **Pascal**, son symbole est **Pa**.

Exercice 1.1 :
Ecrivez ce que vaut 1 [Pa] en fonction des unités de la force et de la surface :

$$1[Pa] = 1\left[\frac{N}{m^2}\right]$$

Exercice 1.2 :
Un objet de 50,0 [kg] est posé sur le sol. Sa section horizontale vaut 0,250 [m^2].
Quelle pression son poids exerce-t-il sur le sol ?

$$\text{Pression} = \frac{F_P}{S} = \frac{m \cdot g}{S} = \frac{50{,}0 \cdot 9{,}81}{0{,}250} = 1'960[Pa]$$

Exercice 1.3 :
Un objet exerce une pression de 120 [Pa] sur une surface de 0,300 [m^2].
Quelle est la masse de cet objet ?

$$P = \frac{F_P}{S} = \frac{m \cdot g}{S}, \text{ donc } m = \frac{P \cdot S}{g} = \frac{120 \cdot 0{,}300}{9{,}81} = 3{,}67[kg]$$

Exercice 1.4 :
Un objet de 30,0 [kg] exerce une pression de 1200 [Pa] sur le sol.
Quelle est la surface de contact de cet objet avec le sol ?

$$P = \frac{F_P}{S} = \frac{m \cdot g}{S}, \text{ donc } S = \frac{m \cdot g}{P} = \frac{30{,}0 \cdot 9{,}81}{1'200} = 0{,}245[m^2]$$

2. Pression dans les fluides

Définition : Un **fluide** est un liquide ou un gaz.

2.1 Masse volumique d'un liquide non compressible

Rappelons que la **masse volumique** d'un objet de masse m et de volume V se définit comme le rapport :

$$\boxed{\rho = \frac{m}{V}}$$

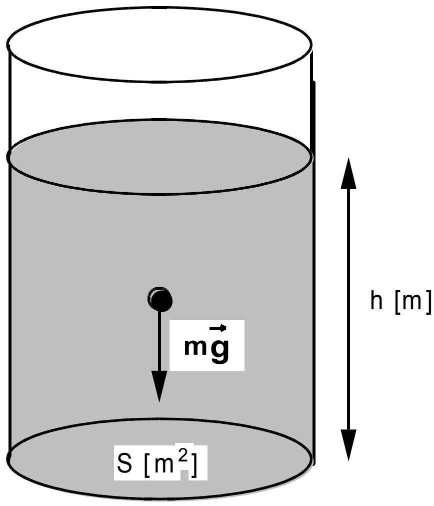
Exercice 2.1 : Ecrivez les unités de la masse volumique dans le Système International MKSA :

Les unités de la masse volumique dans le système International sont des $\left[\frac{kg}{m^3}\right]$.

Définition :
On dit qu'un *fluide* est **incompressible** si sa masse volumique ne dépend pas de la pression exercée sur ce *fluide*.
Par exemple l'eau et plus généralement les liquides sont des *fluides* incompressibles.
Par contre, l'air et plus généralement les gaz, sont des *fluides* compressibles.

2.2 Pression partielle dans un liquide non compressible

Considérons un récipient à fond plat, de section S, rempli d'un liquide incompressible jusqu'à une hauteur h par rapport au fond du récipient. Notons ρ la masse volumique du liquide. Le dessin ci-contre représente ce récipient et le poids du liquide uniquement.



Exercice 2.2 :
Exprimez en fonction des grandeurs ρ, h, S et g :
a) la masse m du liquide contenu dans ce récipient ;
b) la force de pesanteur F_P du liquide contenu dans ce récipient ;
c) la pression P exercée par ce liquide sur le fond du récipient ;
Concluez en écrivant une formule exprimant la pression P exercée par ce liquide sur le fond du récipient en fonction de la masse volumique du liquide ρ, de la hauteur h et de la gravitation g.

a) La masse du liquide est $m = \rho \cdot V = \rho \cdot S \cdot h$.
b) La force de pesanteur du liquide est $F_P = m \cdot g = \rho \cdot S \cdot h \cdot g$.
c) La pression exercée par ce liquide sur le fond du récipient vaut :

$$P = \frac{F_P}{S} = \frac{\rho \cdot S \cdot h \cdot g}{S} = \rho \cdot h \cdot g .$$

Conclusion : $P = \rho \cdot g \cdot h$.

Il faut retenir que la **pression exercée par un liquide incompressible ne dépend que de :**
- la hauteur (ou profondeur) h ;
- la masse volumique du liquide ρ ;
- l'accélération de la pesanteur g.

La pression **ne dépend pas** de la section du récipient !

La pression exercée par le liquide à une profondeur h vaut : $\boxed{P = \rho \cdot g \cdot h}$

<u>Définition :</u>
On donne à cette pression le nom de **pression partielle**, car on n'a tenu compte uniquement de la force de pesanteur du liquide dans le récipient !

<u>Exercice 2.3 :</u> Calculez la pression partielle d'une colonne d'eau de 10,0 mètres de hauteur. Utilisez la dernière page du cours pour les données manquantes.

Ici, $\rho = 998$ [kg/m^3], $h = 10{,}0$ [m] et $g = 9{,}81$ [N / kg]. Ces données sont en dernière page du cours.

$P = \rho \cdot g \cdot h = 998\ [\text{kg / m}^3] \cdot 10{,}0\ [\text{m}] \cdot 9{,}81\ [\text{N/kg}] = 97'900\ [\text{Pa}]$.

2.3 Pression totale dans un liquide incompressible

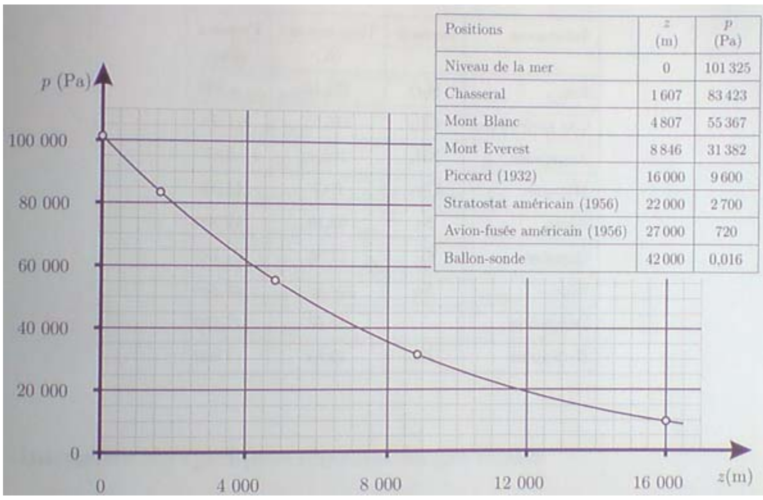
Dans le paragraphe précédent, on a considéré uniquement la force de pesanteur d'un liquide dans un récipient, mais on n'a pas du tout tenu compte de la pression atmosphérique $P_{surface}$ qui, en fait s'additionne à la pression du liquide. Ainsi, la pression totale P_{tot} que subit le fond du récipient vaut :

$$P_{tot} = \rho \cdot g \cdot h + P_{surface}$$

- Au bord de la mer, la pression atmosphérique moyenne est de 1 atmosphère, soit $1{,}013 \cdot 10^5$ [Pa].
- A Genève, au bord du lac ($h = 374$ [m]), la pression atmosphérique moyenne est de : $P = 0{,}969 \cdot 10^5$ [Pa].
- Au *collège Claparède* ($h = 405$ [m]), la pression atmosphérique moyenne est de : $P = 0{,}965 \cdot 10^5$ [Pa].

La pression atmosphérique moyenne P varie en fonction de l'altitude h comme :

$P = 1{,}01325 \cdot 10^5 \cdot (1 - 2{,}26 \cdot 10^{-5} \cdot h)^{5{,}255}$,
P exprimé en [Pa], l'altitude h exprimée en [m].



Positions	z (m)	p (Pa)
Niveau de la mer	0	101 325
Chasseral	1 607	83 423
Mont Blanc	4 807	55 367
Mont Everest	8 846	31 382
Piccard (1932)	16 000	9 600
Stratostat américain (1956)	22 000	2 700
Avion-fusée américain (1956)	27 000	720
Ballon-sonde	42 000	0,016

<u>Exercice 2.4 :</u>
Un liquide possède une masse de 10,0 [kg] et est placé dans un récipient cylindrique de 100 [cm^2] de section. Sa surface se trouve à 7,35 [cm] au-dessus du fond du récipient.
a) Quelle est la masse volumique de ce fluide ? Quel est ce fluide ?
b) Quelle pression partielle exerce ce fluide sur le fond du récipient ?
c) Quelle pression totale subit le fond du récipient au collège Claparède ?

a) La section du récipient vaut : $S = 100[cm^2] = 0{,}0100[m^2]$.
Le volume de liquide vaut : $V = 0{,}0100 \cdot 0{,}0735 = 0{,}000735[m^3]$.
La masse volumique du liquide vaut : $\rho = \dfrac{m}{V} = \dfrac{10{,}0}{0{,}000735} = 13'600 \left[\dfrac{kg}{m^3}\right]$.

b) Pression partielle : $P_{partielle} = \rho \cdot g \cdot h = 13'600 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}0735 = 9'810$ [Pa] .
On aurait aussi pu calculer : $P_{partielle} = \dfrac{m \cdot g}{S} = \dfrac{10{,}0 \cdot 9{,}81}{0{,}0100} = 9'810$ [Pa] .

c) Pression totale au collège Claparède : $P = \rho \cdot g \cdot h + P_{surface} = 9'810 + 96'500 = 106'300$ [Pa] .

2.4 D'autres unités hors Système International de la pression

Il existe beaucoup d'autres unités hors Système International de la pression, chacune ayant une utilité pratique dans un domaine particulier : météorologie, génie civil, service du feu, etc.

- le "**millimètre de mercure**" ou "**mm-Hg**" équivaut à la pression partielle exercée par une colonne de mercure de 1 [mm] de hauteur :

Exercice 2.5 : Calculez la pression partielle d'une colonne de mercure de 1,000 millimètre de hauteur.

Pression partielle : $P_{partielle} = \rho \cdot g \cdot h = 13'590 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}001000 = 133{,}3$ [Pa] .

En conséquence, 1,000 [mm-Hg] correspond à 133,3 [Pa].

Cette unité est très utilisée par les météorologues. Cette unité porte aussi le nom de **torr**.

- l'**atmosphère** équivaut à la pression exercée par la force de pesanteur de l'atmosphère terrestre au niveau de la mer en situation météorologique normale (ni haute , ni basse pression).

  1 atmosphère équivaut à 760 [mm-Hg].

Exercice 2.6 : Exprimez une atmosphère en Pascals [Pa].

Une atmosphère vaut $13'590 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}760 = 101'300$ [Pa] .

- le **bar** est une unité très fréquemment utilisée par le service des eaux ou du feu :

  1 bar équivaut à 10^5 [Pa].

- le "**mètre colonne d'eau équivalent**", notée **mCE** est aussi une unité très fréquemment utilisée par le service des eaux ou du feu. 1 [mCE] équivaut à la pression exercée par une colonne d'eau de 1 mètre de haut.

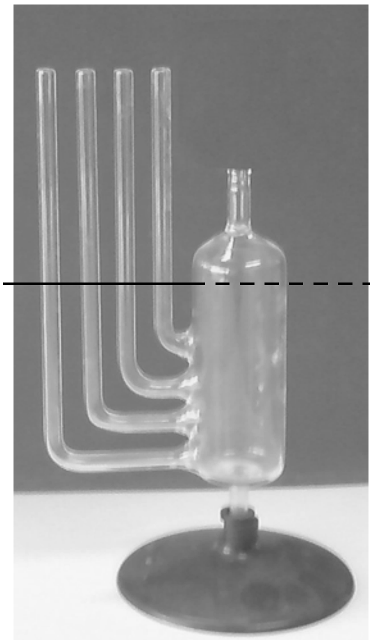
Exercice 2.7 : Exprimez un [mCE] en Pascals [Pa].

Un mCE vaut $998 \cdot 9{,}81 \cdot 1{,}00 = 9'790$ [Pa] .

3. Principe de Pascal

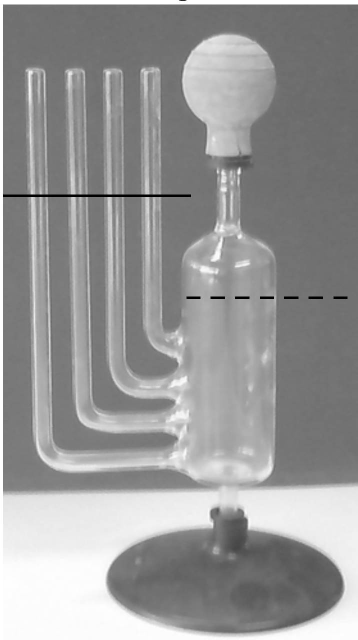
3.1 Introduction expérimentale et formulation

Pour visualiser ce principe, considérons le cas d'un liquide, incompressible, contenu dans une bouteille, représentée dans la photo ci-dessous.



Niveau du liquide dans la bouteille.

Après adjonction d'une poire pour augmenter la pression au sommet du liquide.



Niveau du liquide dans la bouteille.

Exercice 3.1 :

a) Indiquez sur la photo de gauche le niveau du liquide dans les 4 tubes sortant de la bouteille.
b) Indiquez sur la photo de droite un niveau raisonnable du liquide dans les 4 tubes sortant de la bouteille.

a) Le niveau est le même que celui dans la bouteille.
b) Le niveau dans les 4 tubes est le même et est au-dessus de celui de la bouteille.

Pour interpréter cette expérience nous pouvons faire appel au **Principe de Pascal**.

Vers 1651 le mathématicien - philosophe Blaise Pascal écrivit l'énoncé suivant :

Une pression externe appliquée à un fluide confiné à l'intérieur d'un récipient fermé est transmise intégralement à travers tout le fluide.

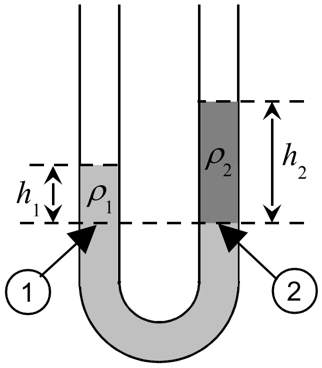
Le principe de pascal explique la montée égale du liquide dans les quatre tubes. Cette montée de liquide correspond à la pression supplémentaire exercée à l'aide de la poire.

<u>Exercice 3.2 :</u>
Déterminez la pression partielle au sommet du liquide dans la bouteille, dans le cas de la photo de droite, si le liquide est de l'eau et la différence entre la hauteur de l'eau dans les tubes et la bouteille est de 10,0 [cm].

La pression partielle au sommet du liquide dans la bouteille est égale à la pression exercée par la hauteur d'eau de 10,0 [cm].
La pression partielle au sommet du liquide dans la bouteille vaut $998 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}100 = 979$ [Pa] .

3.2 Application du principe de Pascal : le tube en U.

Considérons un tube en U rempli avec deux liquides non **miscibles**, donc qui ne se mélangent pas, comme l'eau et l'huile par exemple. Le principe de Pascal implique que les pressions mesurées aux points (1) et (2) de la figure ci-dessous sont égales !



En équation, cela revient à écrire que :

$$\rho_1 \cdot g \cdot h_1 + P_{\text{surface 1}} = \rho_2 \cdot g \cdot h_2 + P_{\text{surface 2}}$$

Ici, $P_{\text{surface 1}} = P_{\text{surface 2}} = P_{\text{atmosphérique}}$
Après simplification : $\rho_1 \cdot h_1 = \rho_2 \cdot h_2$.

On peut, grâce à ce procédé, déterminer la masse volumique ρ_2 d'un liquide inconnu, connaissant la masse volumique ρ_1 du premier liquide.

<u>Exercice 3.3 :</u>
Considérons un tube en U de 1,00 [cm^2] de section.
Il est rempli avec 24,0 [cm^3] d'eau et 12,0 [cm^3] d'huile.
En tenant compte que la masse volumique de l'eau vaut 998 [kg/m^3] et celle de l'huile vaut 840 [kg/m^3] :
a) Quelle est la hauteur h_2 de l'huile ?
b) Quelle est la différence de hauteurs $h_2 - h_1$ séparant les surfaces supérieures des deux liquides ?

a) La hauteur h_2 d'huile satisfait : $Volume = S \cdot h_2$, donc $h_2 = \dfrac{Volume}{S} = \dfrac{12{,}0\,[cm^3]}{1{,}00\,[cm^2]} = 12{,}0\,[cm]$.

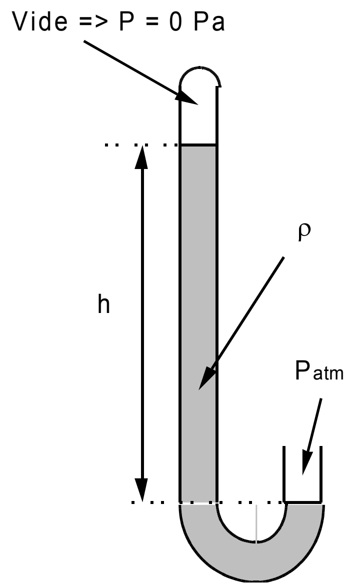
b) Les pressions en (1) et en (2) sont les mêmes, donc : $\rho_1 \cdot g \cdot h_1 = \rho_2 \cdot g \cdot h_2$.

On en déduit : $h_1 = \dfrac{\rho_2 \cdot h_2}{\rho_1} = \dfrac{840 \cdot 12{,}0}{998} = 10{,}1\,[cm]$.

La différence de hauteurs $h_2 - h_1 = 12{,}0 - 10{,}1 = 1{,}9$ [cm].

3.3 Application du principe de Pascal : le baromètre

Un baromètre n'est rien d'autre qu'un tube en U, dont l'une de ses deux ouvertures est fermée.
La figure ci-dessous visualise la situation :



En appliquant le principe de Pascal, cela revient à écrire que : $\rho \cdot g \cdot h + 0 = P_{atm}$
La pression à la surface dans le vide vaut : $P_{\text{surface}} = 0$ [Pa].

Donc $P_{atm} = \rho \cdot g \cdot h$

On peut, grâce à ce procédé, mesurer la pression atmosphérique. Il suffit de mesurer la hauteur d'une colonne d'un liquide de masse volumique connu.

<u>Exercice 3.4 :</u>
Sachant que la masse volumique de l'eau est de 998 [kg/m^3], quelle est la hauteur d'une colonne d'eau si la pression atmosphérique est de P_{atm} = 1,000 [atm] = 1,013 · 10^5 [Pa] ?

De $P_{atm} = \rho \cdot g \cdot h$ on en déduit que : $h = \dfrac{P_{atm}}{\rho \cdot g} = \dfrac{1{,}013 \cdot 10^5}{998 \cdot 9{,}81} = 10{,}35[m]$

Une colonne d'eau de 10,35 [m] exerce une pression partielle de une atmosphère !

Exercice 3.5 :

Sachant que la masse volumique du mercure est de 13'590 [kg/m^3], quelle est la hauteur d'une colonne de mercure si la pression atmosphérique est de P_{atm} = 1,000 [atm] = 1,013 · 10^5 [Pa] ?

De $P_{atm} = \rho \cdot g \cdot h$ on en déduit que : $h = \dfrac{P_{atm}}{\rho \cdot g} = \dfrac{1{,}013 \cdot 10^5}{13'590 \cdot 9{,}81} = 0{,}760$ [m]

Une colonne de mercure de 760 [mm] exerce une pression partielle de une atmosphère !

Exercice 3.6 :

Pour quelle raison le liquide choisi dans un baromètre est généralement du mercure ?

La masse volumique du mercure étant beaucoup plus grande que celle des autres liquides, la hauteur de mercure pour exercer une pression de une atmosphère est raisonnable. On peut ainsi placer un baromètre à mercure dans une chambre, alors qu'avec de l'eau, il faudrait une chambre de plus de 10 mètres de hauteur !

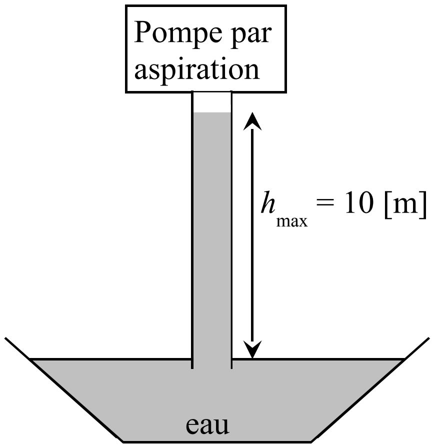
Exercice 3.7 :

Pensez-vous que la mesure de la pression à l'aide d'un baromètre au mercure dépend de la température ? Justifiez votre réponse.

La mesure de la pression à l'aide d'un baromètre au mercure dépend très légèrement de la température, car la masse volumique du mercure change un peu en fonction de la température.
Cette variation n'est que de 0,018% par degré centigrade, donc elle est très faible.

Exercice 3.8 :

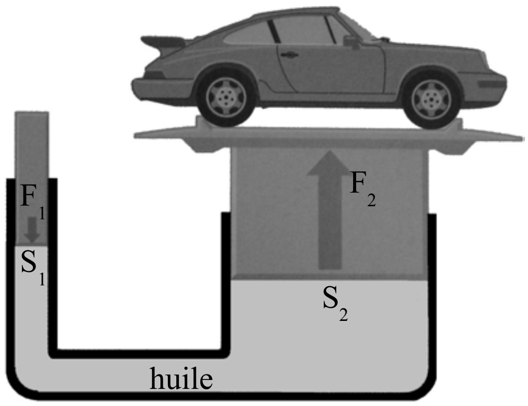
Tout sapeur-pompier qui se respecte vous dira qu'il est impossible d'effectuer un pompage d'eau par aspiration sur une dénivellation supérieure à 10 mètres.
Expliquez pourquoi cette affirmation est correcte.



On a vu dans l'exercice 3.4 qu'une hauteur de 10 mètres d'eau correspond environ à une atmosphère.
Par aspiration, on ne peut pas faire mieux que le vide et donc se retrouver dans le cas d'un baromètre à eau.
Pour que l'eau puisse monter à plus de 10 mètres de hauteur, il faudrait exercer une pression en bas de plus d'une atmosphère. Cela se fait dans les immeubles, pour que l'eau puisse monter jusqu'au dernier étage, qui se trouve à plus de 10 mètres de hauteurs.

3.4 Application du principe de Pascal : la presse hydraulique

C'est grâce au principe de Pascal que dans les garages automobiles, les voitures peuvent être soulevées.



Exercice 3.9 :
Considérez le système décrit par l'image ci-contre.
Négligez la différence de hauteurs du liquide.

a) Exprimez la force F_2 en fonction de la force F_1 et des surfaces S_1 et S_2.
b) De combien monte la surface S_2, lorsque la surface S_1 descend d'une hauteur h_1 ?
c) Lorsque S_2 est environ 100 fois plus grand que S_1, comment faire pratiquement pour faire monter S_2 de 2,00 mètres ?
(S_1 ne peut pas descendre de plus que quelques décimètres !)

a) En négligeant la différence de hauteurs du liquide, la pression en (1) est la même que en (2).
On a donc : $P_1 = P_2$, donc $\frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2}$.
En isolant F_2, on obtient : $F_2 = \frac{S_2 \cdot F_1}{S_1}$. On préfère écrire : $\boxed{F_2 = \frac{S_2}{S_1} \cdot F_1}$.

b) Lorsque le piston en (1) descend, celui en (2) monte de telle sorte que le volume d'huile qui est chassé en (1) égale celui qui est poussé en (2). Donc $S_1 \cdot h_1 = S_2 \cdot h_2$.
La surface S_2 monte donc de $h_2 = \frac{S_1}{S_2} \cdot h_1$ lorsque la surface S_1 descend de h_1.
On a bien sûr aussi la relation : $h_1 = \frac{S_2}{S_1} \cdot h_2$.

c) Dans le cas où $\frac{S_2}{S_1} = 100$, il faudrait faire descendre h_1 de 200 mètres pour faire monter la voiture de 2,00 mètres. Ce n'est pas pratique.
Ce qui se fait en pratique, est de descendre la surface S_1 de $h_1 = 20$ centimètres, puis bloquer le conduit d'huile entre les côtés (1) et (2) et de remonter la surface S_1 de 20 centimètres en injectant de l'huile venue d'un réservoir externe, pour ouvrir de nouveau le conduit entre les côtés (1) et (2).
En effectuant cette suite de mouvements 1'000 fois, on fait monter la voiture de 2,0 mètres.

Ce procédé nécessite un volume d'huile venant du réservoir égale à $V = S_2 \cdot h_2$.
Si $S_2 = 3{,}00$ [m^2] et $h_2 = 2{,}00$ [m], alors le volume d'huile injecté du réservoir vaut :
$V = S_2 \cdot h_2 = 3{,}00 \cdot 2{,}00 = 6{,}00\ [m^3]$. La variation du volume du côté (1) est négligeable.

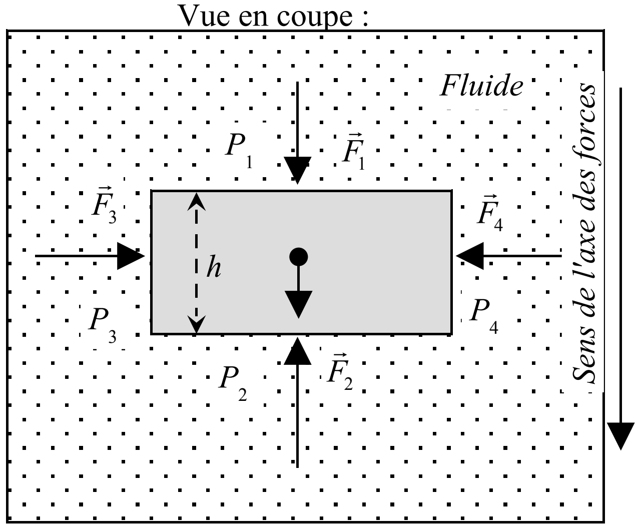
4. Force d'Archimède

4.1 Enoncé du problème et sa résolution

Considérons un objet, pour simplifier, un parallélépipède rectangle de volume V, de hauteur h, de section S et de masse volumique ρ_{obj}, que l'on fixe à une certaine position dans un fluide de masse volumique ρ_{fluide}.
Si cet objet est lâché, va-t-il rester *immobile*, *couler* ou *monter* ?

Notations :
m = la masse de l'objet
V = le volume de l'objet
ρ_{obj} = la masse volumique de l'objet
S = la surface du haut et du bas de l'objet
h = la hauteur de l'objet ($V = S \cdot h$)
ρ_{fluide} = la masse volumique du fluide

Vue en coupe :



Selon le principe de Pascal, les pressions P_3 et P_4 sont identiques.
Par contre la pression $P_2 = P_1 + \rho_{fluide} \cdot g \cdot h$

Exercice 4.1 :
Comparez les forces F_3 et F_4 et plus généralement toutes les forces horizontales qui s'appliquent sur l'objet.
$F_3 = F_4$ et plus généralement, toutes les forces horizontales se compensent, car à une profondeur donnée, la pression est la même est les forces dues à ces pressions s'annulent.

Exprimez la force F_1 en fonction de la pressions P_1 et de la surface S.
$F_1 = P_1 \cdot S$.

Exprimez la masse m de l'objet en fonction de sa masse volumique ρ_{obj}, de sa section S et de sa hauteur h.
$m = \rho_{objet} \cdot V = \rho_{objet} \cdot S \cdot h$.

Exprimez la force F_2 en fonction de la pressions P_1, ρ_{fluide}, g, h et de la surface S.
$F_2 = P_2 \cdot S = (P_1 + \rho_{fluide} \cdot g \cdot h) \cdot S$.
En développant, on obtient : $F_2 = P_2 \cdot S = P_1 \cdot S + \rho_{fluide} \cdot g \cdot h \cdot S$, donc
$F_2 - F_1 = \rho_{fluide} \cdot g \cdot V$

Exprimez la force résultante $F_{rés}$ subie par l'objet, en fonction des autres forces, puis en fonction des deux masses volumiques ρ_{fluide} et ρ_{obj}, du volume V de l'objet et de l'accélération de la pesanteur g.
La force résultante, vers le bas, est la somme vectorielle de la force de pesanteur et des forces dues aux pressions, qui se résument par : $F_2 - F_1 = \rho_{fluide} \cdot g \cdot V$, qui est une force dirigée verticalement vers le haut.
Donc la force résultante vaut : $F_{rés} = m \cdot g - \rho_{fluide} \cdot g \cdot V$, que l'on peut aussi écrire :
$F_{rés} = (\rho_{objet} - \rho_{fluide}) \cdot g \cdot V$.

Le résultat final est que la force résultante vaut : $\boxed{F_{rés} = (\rho_{obj} - \rho_{fluide}) \cdot g \cdot V}$

Si $F_{\text{rés}}$ est positive, la force résultant est dirigée vers le bas.
Si $F_{\text{rés}}$ est négative, la force résultant est dirigée vers le haut.

La force $\rho_{obj} \cdot V \cdot g$ est simplement la force de pesanteur de l'objet $m \cdot g$.

La force $F_A = \rho_{fluide} \cdot V \cdot g$ s'appelle la **Force d'Archimède**.

Elle est égale à la force de pesanteur du fluide déplacé par l'objet, mais dirigée dans le sens opposé .

Tout objet plongé dans un fluide subit une force, de bas en haut, égale à la force de pesanteur du fluide qu'il déplace.

C'est la formulation du **principe d'Archimède**.

L'étude de la force résultante permet de prédire ce qu'il va se passer :
- si $\rho_{\text{obj}} > \rho_{\text{fluide}}$, la force résultante est positive, l'objet va couler !
- si $\rho_{\text{obj}} = \rho_{\text{fluide}}$, la force résultante est nulle, l'objet va rester sur place !
- si $\rho_{\text{obj}} < \rho_{\text{fluide}}$, la force résultante est négative, l'objet va monter !

Exercice 4.2 :

D'après votre expérience personnelle, un être humain dans un lac, flotte-t-il, coule-t-il ou reste-t-il sur place ?

Estimez la masse volumique d'un être humain.

Un être humain est à la limite entre flotter et couler dans l'eau. Donc il est à l'équilibre dans l'eau, ce qui implique que la force résultante qu'il subit est nulle. Avec ce qui précède, on en déduit que sa masse volumique est environ égale à celle de l'eau. On peut écrire : $\rho_{humain} = 1'000 \left[\frac{kg}{m^2} \right]$.

Exercice 4.3 :

Soit une personne de masse m = 70 [kg].

a) Estimez le volume V de cette personne.

b) Calculez la force d'Archimède s'exerçant sur cette personne lorsqu'elle se pèse chez elle, sachant que la masse volumique de l'air vaut environ 1,3 [kg/m^3].

c) Cette force d'Archimède fausse-t-elle beaucoup la mesure de la pesée de cette personne ?

a) On sait que $\rho = \frac{m}{V}$, donc $V = \frac{m}{\rho_{humain}} = \frac{70}{1000} = 0,070 [m^3]$ est le volume de la personne.

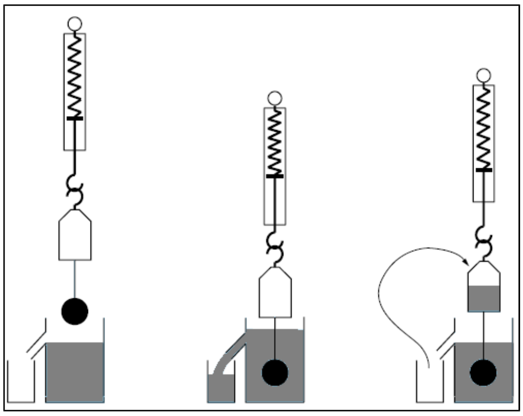
b) La force d'Archimède qui s'exerce sur cette personne vaut :

$F_A = \rho_{air} \cdot g \cdot V = 1,3 \cdot 9,81 \cdot 0,070 = 0,89$ [N]

c) Cette force égale la force de pesanteur d'une masse de $m = \frac{0,89}{9,81} = 0,091$ [kg] = 91 grammes .

Cela signifie que la force d'Archimède nous allège de 91 grammes, ce qui est négligeable comparé au 70 [kg] de la personne.

4.2 Notion de masse apparente



Mesurons la force affichée par un dynamomètre attaché à un objet de volume V et de masse m_{obj}, immergé dans un fluide de masse volumique ρ_{fluide}.

L'objet subit trois forces :
- la force de pesanteur de l'objet : $m \cdot g$ (vers le bas)
- la force d'Archimède : $\rho_{fluide} \cdot V \cdot g$ (vers le haut)
- la force de soutien du dynamomètre F_S (vers le haut)

A l'équilibre, la force résultante est nulle :
$m \cdot g - \rho_{fluide} \cdot V \cdot g - F_S = 0$

Donc la force indiquée par le dynamomètre vaut : $F_S = m \cdot g - \rho_{fluide} \cdot V \cdot g$.

On nomme "**masse apparente**" de l'objet immergé dans un fluide, la masse qui a une force de pesanteur égale à celle affichée par le dynamomètre.

<u>Exercice 4.4 :</u>
Exprimez littéralement la masse apparente d'un objet de masse m et de volume V, qui est immergé dans un fluide de masse volumique ρ_{fluide}.

La masse apparente vaut : $\frac{F_S}{g}$, ce qui donne : masse apparente = $m_{\text{apparente}} = m - \rho_{fluide} \cdot V$.

<u>Exercice 4.5 :</u>
Quelle est la masse apparente d'un bloc cubique de fer de 50,0 [kg] immergé dans de l'eau ?
La masse volumique du fer est de 7'870 [kg/m^3], celle de l'eau est de 998 [kg/m^3].

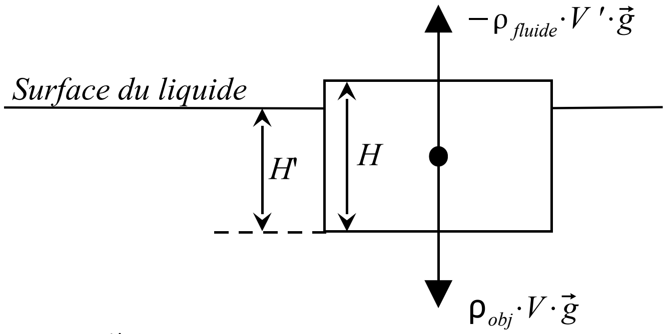
Le volume de ce bloc de fer vaut : $V = \frac{m}{\rho} = \frac{50,0}{7'870} = 0,00635[m^3]$.

La force d'Archimède subie par ce bloc de fer vaut : $F_A = \rho_{fluide} \cdot V \cdot g = 998 \cdot 0,00635 \cdot g = 62,2[N]$.
$62,2[N] = 6,34[kg] \cdot 9,81[N/kg]$, donc la force d'Archimède "allège" le bloc de 6,34 [kg] dans l'eau.

Plus précisément, la masse apparente vaut :
$m_{\text{apparente}} = m - \rho_{fluide} \cdot V = 50,0 - 998 \cdot 0,00635 = 50,0 - 6,34 = 43,7[kg]$.
Dans l'eau, le bloc de fer a l'air un peu moins lourd.

4.3 Cas d'un objet flottant à la surface d'un liquide.

Occupons-nous maintenant du cas d'un objet de masse m, flottant à la surface d'un liquide.
Notons V le volume de l'objet, ρ_{obj} sa masse volumique et ρ_{liquide} la masse volumique du liquide.
Notons qu'une partie de l'objet seulement est immergée : celle de volume $V' = S \cdot H'$, comme indiqué dans le dessin ci-dessous.



Exercice 4.6 :
Quelle condition les masses volumiques de l'objet et du liquide doivent-elles satisfaire pour que l'objet flotte ?

Pour flotter, il faut que $\rho_{objet} < \rho_{fluide}$.

Ecrivez la force de pesanteur et celle d'Archimède subies par l'objet.

La force de pesanteur vaut : $F_P = m \cdot g = \rho_{objet} \cdot V \cdot g$.

La force d'Archimède vaut : $F_A = \rho_{fluide} \cdot V' \cdot g$, où V' est le volume immergé de l'objet.

Comme l'objet flotte, la force d'Archimède compense la force de pesanteur.
On a donc l'égalité des forces : $F_A = F_P$.

Donc $\rho_{fluide} \cdot V' \cdot g = \rho_{objet} \cdot V \cdot g$

Après simplification : $\rho_{fluide} \cdot V' = \rho_{objet} \cdot V$

Exprimez la fraction de volume immergée : $\dfrac{V'}{V} = \dfrac{\rho_{objet}}{\rho_{fluide}}$.

Cette fraction est plus petite que 1, puisque $\rho_{objet} < \rho_{fluide}$.

Exercice 4.7 :
Quelle est la fraction du volume immergée et apparente d'un bloc de glace de volume V flottant sur de l'eau salée ? La masse volumique de la glace est de 917 [kg/m^3], celle de l'eau salée varie entre 1'020 [kg/m^3] et 1'070 [kg/m^3].

La fraction immergée est comprise entre :

$$\frac{V'}{V} = \frac{\rho_{objet}}{\rho_{fluide}} = \frac{917}{1'070} = 0{,}857 \quad \text{et} \quad \frac{V'}{V} = \frac{\rho_{objet}}{\rho_{fluide}} = \frac{917}{1'020} = 0{,}899 \; .$$

De 10% à 14% de l'objet est apparent hors de l'eau, en fonction de la salinité de l'eau.
10% = 1 – 0,899 et 14% = 1 – 0,857 (après avoir arrondi)

Exercice 4.8 :
Pourquoi, lorsqu'on remplit une cave avec du gaz carbonique, ce dernier occupe toujours le fond de la cave ?
Connaissez-vous la Grotte du Chien, près de Naples ? Si oui, pourquoi l'a-t-on appelée ainsi ?

La masse volumique du gaz carbonique est plus grande que celle de l'air. C'est la raison pour laquelle le gaz carbonique s'accumule au fond d'une cave.
Si beaucoup de gaz carbonique s'accumule au fond d'une cave ou d'une grotte, on n'a plus assez d'oxygène pour respirer et on risque de mourir asphyxier.

Tables et Formulaires :

Masse volumique en [kg / m³] de divers éléments :

Acier :	7'850	solide
Air :	1,293	gaz
Alcool (Ethanol) :	790	liquide
Aluminium :	2'700	solide
Bois (chêne) :	600...750	solide
Bois (ébène) : ..	1'110...1'330	solide
Bois (épicéa) :	440...470	solide
Eau :	998	liquide
Eau de mer :	1'020...1'070	liquide
Fer :	7'870	solide
Gaz carbonique :	1,98	gaz
Glace (eau) :	917	solide
Huile (olive) :	840	liquide
Mercure :	13'590	liquide

Diverses unités de pression :

1 bar = 10^5 [Pa]

1 atmosphère = 760 [mm-Hg] = $1{,}013 \cdot 10^5$ [Pa]

1 Torr = 1 [mm-Hg] = $1{,}333 \cdot 10^2$ [Pa]

1 [mCE] = $0{,}979 \cdot 10^4$ [Pa]

Accélération de la pesanteur à Genève : $g = 9{,}81 \left[\frac{\text{N}}{\text{kg}}\right] = 9{,}81\left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right]$

- **Force de pesanteur** sur un objet de masse m : $F_{pesanteur} = m \cdot g$
- La **pression** est le rapport de la force sur la surface : $P = \frac{F_{perpendiculaire}}{S}$,

  où $F_{perpendiculaire}$ est la composante de la force $\vec{F}$ perpendiculaire à la surface S.

  Unité : le Pascal : $1[Pa] = 1\left[\frac{N}{m^2}\right]$
- La **masse volumique** d'un objet de masse m et de volume V se définit comme le rapport : $\rho = \frac{m}{V}$.

  Unité : le kilogramme par mètre cube : $\left[\frac{kg}{m^3}\right]$.
- La **pression exercée par un liquide** vaut : $P = \rho \cdot g \cdot h$, où
  - h est la hauteur (ou profondeur) ;
  - ρ la masse volumique du liquide ;
  - g l'accélération de la pesanteur.
- **La force d'Archimède** subie par un objet de volume V immergé dans un fluide de masse volumique ρ_{fluide} vaut : $F_{archimède} = \rho_{fluide} \cdot V \cdot g$.

  Lorsque seule une partie de l'objet est immergée dans un liquide, **la force d'Archimède** qu'il subit vaut : $F_{archimède} = \rho_{fluide} \cdot V' \cdot g$, où V' est le volume immergé de l'objet.