

1. Vrai - Faux ?

- 1.a** Faux, elle dépend aussi de la masse volumique du liquide, du volume immergé du corps et de g .
1.b Vrai, elle s'exerce toujours dans le sens opposé à la force de pesanteur.
1.c Vrai, la force d'Archimède est proportionnelle au volume immergé.
1.d Faux, la force d'Archimède est supérieur à la force de pesanteur sur le corps, si le corps est entièrement immergé et sa masse volumique est inférieur à celui du fluide dans lequel il se trouve.
1.e Vrai, un boulon en acier flotte sur du mercure, car la masse volumique de l'acier est inférieure à celle du mercure.

2. Un ballon gonflé à l'hélium monte dans l'air car :

- c)** la pression de l'air sur les parois extérieures du ballon crée des forces pressantes dont la résultante, dirigée vers le haut, est supérieure à la force d'attraction terrestre que subit le ballon
 Les autres réponses sont incorrectes.
a) L'hélium n'est pas plus léger que l'air, mais moins dense. Sa masse volumique est plus faible que celle de l'air à pression égale.
b) La pression à l'intérieur du ballon est égale ou supérieur sur les parois inférieures, donc elle n'est en tout cas pas responsable de la montée du ballon.
d) Le vide n'aspire jamais, c'est la pression qui pousse !

3. La masse volumique d'un être humain.

- 3.a** Un être humain est à la limite de flotter dans de l'eau, donc sa masse volumique est comparable à celle de l'eau. Elle varie légèrement d'un être humain à l'autre et varie aussi en fonction de la quantité d'air qui se trouve dans nos poumons.
3.b Un être humain de 50 [kg] a un volume d'environ 50 [dm³] car sa masse volumique est presque égale à celle de l'eau, qui est de 1,00 [kg] par [dm³].
 Donc la force d'Archimède due à la pression atmosphérique vaut environ
 $50 \text{ [dm}^3] \cdot 9,81 \text{ [N / kg]} \cdot 1,29 \cdot 10^{-3} \text{ [kg / dm}^3] = 0,633 \text{ [N]}$.
 Cela correspond à 0,0633 [kg] = 63,3 grammes.
 La pression atmosphérique nous allège donc une personne de 50 [kg] d'environ 63 grammes.

4. L'immersion du fer et de l'aluminium.

Lors de l'immersion des deux corps, la balance descend du côté du fer pour la raison suivante. La balance étant équilibrée au départ et la masse volumique du fer étant plus grande que celle de l'aluminium, le volume d'aluminium est plus grand. Donc la force d'Archimède exercée sur l'aluminium dans l'eau sera supérieure à celle exercée sur le plus faible volume de fer immergé dans l'eau.

- d)** La balance étant équilibrée, la force de pesanteur des deux corps sont les mêmes et donc leur masses sont les mêmes.

$$\text{Donc } \rho_{\text{alu}} \cdot V_{\text{alu}} = \rho_{\text{fer}} \cdot V_{\text{fer}} \quad , \quad V_{\text{alu}} = \frac{\rho_{\text{fer}} \cdot V_{\text{fer}}}{\rho_{\text{alu}}} = \frac{7,870 \cdot 1,00}{2,700} = 2,92 \text{ [dm}^3\text{]}$$

- e)** Du côté aluminium, $F_p = \rho_{\text{alu}} \cdot V_{\text{alu}} \cdot g = 2,700 \cdot 2,92 \cdot 9,81 = 77,3 \text{ [N]}$

$$F_A = \rho_{\text{eau}} \cdot V_{\text{alu}} \cdot g = 0,998 \cdot 2,92 \cdot 9,81 = 28,6 \text{ [N]}$$

Lorsque l'aluminium est immergé, la tension dans le fil est donc de $77,3 - 28,6 = 48,7 \text{ [N]}$

Du côté fer, avec un volume de 0,700 dm³, $F_p = \rho_{\text{fer}} \cdot V_{\text{fer}} \cdot g = 7,870 \cdot 0,700 \cdot 9,81 = 54,0 \text{ [N]}$

$$F_A = \rho_{\text{eau}} \cdot V_{\text{fer}} \cdot g = 0,998 \cdot 0,700 \cdot 9,81 = 6,9 \text{ [N]}$$

Lorsque le fer est immergé, la tension dans le fil est donc de $54,0 - 6,9 = 47,1 \text{ [N]}$

La tension dans le fil du côté de l'aluminium étant plus grande, c'est du côté de l'aluminium que penchera la balance si on enlève 0,300 dm³ de fer au 1,00 dm³ de fer initial.

5. L'immersion dans l'alcool et l'eau.

a) Lors de l'immersion des deux corps, la balance descend du côté de l'alcool pour la raison suivante. La balance étant équilibrée au départ et les deux objets étant identiques, les deux volumes sont de même grandeur. La masse volumique de l'alcool étant plus faible que celle de l'eau, la force d'Archimède exercée du côté de l'alcool sera plus faible que celle exercée du côté de l'eau.

b) Notons V le volume de chacun de ces corps.

Une fois immergé, pour obtenir l'équilibre, le moment de force à gauche doit égaliser le moment de force à droite, donc : $\ell_1 \cdot (F_{P\text{ gauche}} - F_{A\text{ gauche}}) = \ell_2 \cdot (F_{P\text{ droite}} - F_{A\text{ droite}})$, donc

$$\ell_1 \cdot (\rho_{\text{alu}} \cdot V \cdot g - \rho_{\text{alcool}} \cdot V \cdot g) = \ell_2 \cdot (\rho_{\text{alu}} \cdot V \cdot g - \rho_{\text{eau}} \cdot V \cdot g), \quad \ell_1 \cdot V \cdot g \cdot (\rho_{\text{alu}} - \rho_{\text{alcool}}) = \ell_2 \cdot V \cdot g \cdot (\rho_{\text{alu}} - \rho_{\text{eau}})$$

Après simplifications : $\ell_1 \cdot (\rho_{\text{alu}} - \rho_{\text{alcool}}) = \ell_2 \cdot (\rho_{\text{alu}} - \rho_{\text{eau}})$. Donc le résultat est indépendant du volume.

$$\text{Donc : } \frac{\ell_2}{\ell_1} = \frac{\rho_{\text{alu}} - \rho_{\text{alcool}}}{\rho_{\text{alu}} - \rho_{\text{eau}}} = \frac{2,700 - 0,790}{2,700 - 0,980} = 1,11.$$

Il faut donc augmenter ℓ_2 et diminuer ℓ_1 dans la proportion calculée ci-dessus.

6. L'humain sur le bloc de bois.

Il faut que la force d'Archimède sur le bois immergé soit égale à la force de pesanteur du bois plus celle de l'humain.

$$\text{Donc il faut que : } \rho_{\text{eau}} \cdot g \cdot V_{\text{bois}} = (m_{\text{bois}} + m_{\text{homme}}) \cdot g.$$

$$\text{D'autre part on sait que : } m_{\text{bois}} = \rho_{\text{bois}} \cdot V_{\text{bois}}.$$

En simplifiant la première égalité et en insérant la seconde dans la première, on a :

$$\rho_{\text{eau}} \cdot V_{\text{bois}} = \rho_{\text{bois}} \cdot V_{\text{bois}} + m_{\text{homme}}.$$

$$\text{On en déduit que : } (\rho_{\text{eau}} - \rho_{\text{bois}}) \cdot V_{\text{bois}} = m_{\text{homme}}.$$

$$\text{Donc } V_{\text{bois}} = \frac{m_{\text{homme}}}{\rho_{\text{eau}} - \rho_{\text{bois}}} = \frac{70[\text{kg}]}{0,998[\text{kg}/\text{dm}^3] - 0,800[\text{kg}/\text{dm}^3]} = 354[\text{dm}^3].$$

Le volume minimum de bois capable de supporter un homme de 70,0 [kg] sur l'eau est de 354 [dm³].

7. La couronne du roi Hiéron de Syracuse.

L'exercice 4 donne une solution possible pour déterminer si la couronne était en or ou non.

Comme dans l'exercice 4, on suspend la couronne à une balance et on l'équilibre en suspendant autant d'or que nécessaire de l'autre côté. Pour simplifier, les distances entre l'axe de la balance et les points d'attaches peuvent être identiques, mais cela n'est pas nécessaire.

Une fois la balance équilibrée, on immerge la couronne et l'or dans de l'eau. Si la couronne est faite d'une matière ayant une masse volumique inférieure à celle de l'or, son volume sera plus grand que celui de l'or ayant la même masse, donc la poussée d'Archimède sera plus grande sur la couronne que sur l'or. Dans l'eau, la balance ne sera plus équilibrée.

Si la couronne est en or, la poussée d'Archimède sera la même des deux côtés et la balance restera équilibrée.