

1) Soit  $X$  une variable aléatoire discrète ayant pour distribution de probabilité :

$x_i$	0	1	2	3	4
$P(X = x_i)$	0,1	0,2	0,4	0,15	0,15

Vérifiez que le tableau représente bien une distribution de probabilité, puis calculez les probabilités suivantes :

1.1)  $P(1 \leq X \leq 3)$     1.2)  $P(X \geq 2)$     1.3)  $P(X = 4 | X \geq 2)$     1.4)  $P(X = 2 | X \neq 4)$

2) Vous décidez de jouer avec un ami à un jeu dont voici les règles :

- il s'agit de lancer simultanément 5 pièces de monnaie ;
- si les 5 pièces tombent toutes sur face, ou toutes sur pile, vous gagnez 30 F ;
- dans tous les autres cas vous perdez 2 F.

Avez-vous intérêt à jouer ? Justifiez votre réponse.

3) Une personne vous propose le jeu suivant.

On jette 14 fois de suite une pièce de monnaie non truquée :

- si pile n'apparaît pas, la personne s'engage à verser mille de francs à l'élève ;
- sinon l'élève paie un franc à la personne.

Seriez-vous d'accord de jouer à ce jeu ? Justifiez votre réponse.

4) Le professeur de mathématiques propose l'autre jeu que voici.

On fait une série de jets d'une pièce de monnaie non truquée.

**Règles du jeu :**

1. L'élève verse une taxe de participation de 30 francs au professeur.
2. La série de jets continue, jusqu'à l'apparition de "pile" ou jusqu'à ce que 30 jets aient été effectués.
3. Le professeur paie  $2^k$  francs à l'élève,  
 $k =$  nombre de jets effectués. Si 30 jets ont été effectués, on pose  $k = 29$ .

Donc,

- si pile apparaît au 1<sup>er</sup> jet, le jeu s'arrête et le professeur paie 2 francs à l'élève ;
- si pile apparaît au 2<sup>ème</sup> jet, le jeu s'arrête et le professeur paie 4 francs à l'élève ;
- si pile apparaît au  $k^{\text{ème}}$  jet, le jeu s'arrête et le professeur paie  $2^k$  francs à l'élève ( $k \leq 29$ ) ;
- si 30 jets ont été effectués, le jeu s'arrête et le professeur paie  $2^{29}$  francs à l'élève.

4.1) A partir de combien de "face" consécutifs l'élève est-il gagnant ?

4.2) Quelle est la probabilité que l'élève soit gagnant ?

4.3) Seriez-vous d'accord de jouer à ce jeu ? Justifiez votre réponse.

5) On jette 5 fois de suite une pièce de monnaie non truquée.

Soit  $X$  la variable aléatoire : "nombre de piles obtenus".

Quelle est la loi de  $X$  ?

Quelle est son espérance mathématique ?

Quel est son écart type ?