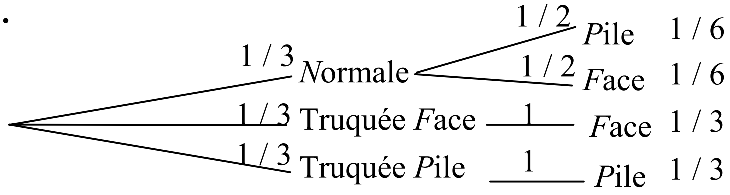
1.



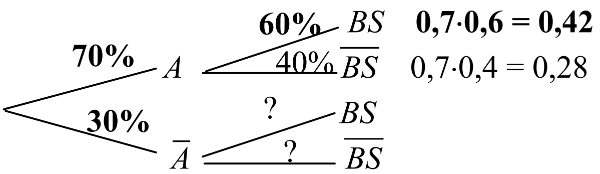
1.1 La probabilité d'avoir Face est : $P(F)=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\cdot 1=\frac{3}{6}=50\%$, comme attendu par symétrie.

1.2 La probabilité d'avoir la pièce Truquée Face sachant qu'on a obtenu Face est :

$$P(T\text{ruquée } F\text{ace} \mid F\text{ace})=\frac{P(T\text{ruquée } F\text{ace}\cap F\text{ace})}{P(F\text{ace})}=\frac{1/3}{1/2}=\frac{2}{3}\approx 66,7\%$$

---

2. Notons : A = "s'engagent dans la vie active", $\overline{A}$ = "continue l'uni",
BS = "a gardé un bon souvenir", $\overline{BS}$ = "n'a pas gardé un bon souvenir".
Un arbre et un tableau aide beaucoup :



	A	$\overline{A}$	total
BS	**42%**	10%	**52%**
$\overline{BS}$	28%	20%	48%
total	**70%**	**30%**	**100%**

$P(BS\cap A)=P(A)\cdot P(BS\mid A)=0,70\cdot 0,60=0,42=42\%$; $10\%=52\%-42\%$ et $20\%=30\%-10\%$.

2.1 La probabilité qu'il garde un bon souvenir du collège s'il est à l'université :

$$P(BS\mid\overline{A})=\frac{P(BS\cap\overline{A})}{P(\overline{A})}=\frac{10\%}{30\%}=0,\overline{3}\approx 33,33\%$$

2.2 qu'il soit déjà dans la vie active si l'on sait qu'il a gardé un bon souvenir du collège :

$$P(A\mid BS)=\frac{P(A\cap BS)}{P(BS)}=\frac{42\%}{52\%}\approx 80,77\%$$

---

3. $U=\{FFF;PFF;FPF;FFP;FPP;PFP;PPF;PPP\}$

$A=\{PPP;FFF\}$ $B=\{FFF;PFF;FPF;FFP\}$ $C=\{PPP;PPF;PFP;FPP;PFF;FPF;FFP\}$

$A\cap B=\{FFF\}$ $A\cap C=\{PPP\}$ $A\cup B=\{PPP;FFF;PFF;FPF;FFP\}$

$P(A)=2/8=1/4$; $P(B)=4/8=1/2$; $P(C)=7/8$ $B\cap C=\{PFF;FPF;FFP\}$

$P(A\cap B)=1/8$; $P(A\cap C)=1/8$; $P(B\cap C)=3/8$

3.1 $P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B)$, donc A et B sont indépendants.
Donc, savoir que le côté face apparaît au moins deux fois ne donne aucune information sur la probabilité que le même côté apparaisse trois fois et réciproquement.

3.2 $P(A\cap C)\neq P(A)\cdot P(C)$, donc A et C sont dépendants.
Donc, savoir que le côté pile apparaît au moins une fois donne de l'information sur la probabilité que le même côté apparaisse trois fois et réciproquement.

3.3 $P(A\cup B)=\frac{5}{8}$ par examen du Cardinal. **Autre méthode :** $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=\frac{2}{8}+\frac{4}{8}-\frac{1}{8}=\frac{5}{8}$

$$P(B\mid C)=\frac{P(B\cap C)}{P(C)}=\frac{3/8}{7/8}=\frac{3}{7}.$$

---

4. Notons : A_k = "avoir une interrogation le $k^{ème}$ jours". $P(A_k)=\dfrac{1}{8}$ et $P(\overline{A}_k)=\dfrac{7}{8}$.

Il faut tenir compte, de par le contexte, que les événements A_1 ; A_2 ; etc. sont indépendants.

4.1 Donc la probabilité que l'élève n'ait pas d'interrogation durant dix jours de suite est :

$$P(\overline{A}_1 \cap \overline{A}_2 \cap ... \cap \overline{A}_{10}) = P(\overline{A}_1)\cdot P(\overline{A}_2)\cdot ...\cdot P(\overline{A}_{10}) = \left(\frac{7}{8}\right)^{10} \approx 0,263 = 26,3\%$$

4.2 La probabilité que l'élève ait eu au moins une interrogation durant dix jours consécutifs :

$$1 - \text{la probabilité calculée précédemment} = 1-\left(\frac{7}{8}\right)^{10} \approx 1 - 0,263 = 0,737 = 73,7\%$$

4.3 La probabilité que l'élève ait au moins une interrogation durant n jours de suite est : $1-\left(\frac{7}{8}\right)^{n}$

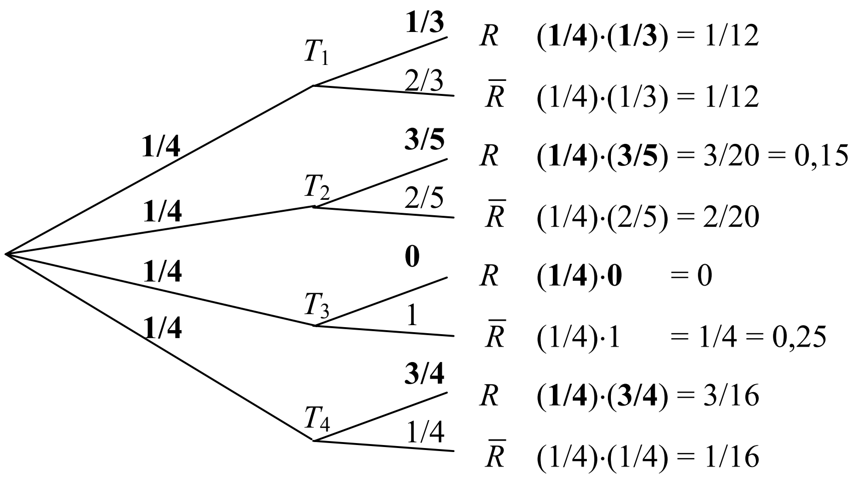
On cherche n pour que cette probabilité soit plus grande ou égale à 0,9.

$$1-\left(\frac{7}{8}\right)^{n} > 0,9 \Leftrightarrow 0,1 > \left(\frac{7}{8}\right)^{n} \Leftrightarrow \log(0,1) > \log\left(\left(\frac{7}{8}\right)^{n}\right) \Leftrightarrow \log(0,1) > n\cdot\log\left(\frac{7}{8}\right) \Leftrightarrow n > \frac{\log(0,1)}{\log\left(\frac{7}{8}\right)} \approx 17,24$$

Donc il faut au moins 18 jours pour que l'élève ait plus de 90% de chance d'avoir une interrogation.

---

5. Notons : R = "il fait une rencontre", $\overline{R}$ = "il ne fait pas de rencontre",
T_k = "il a choisi le $k^{ème}$ tabouret".
On va supposer qu'il choisit un tabouret au hasard : chaque tabouret a **1** chance **sur 4** d'être choisi.



	T_1	T_2	T_3	T_4	total
R	**(1/4)·(1/3)**	**(1/4)·(3/5)**	**(1/4)·0**	**(1/4)·(3/4)**	1/12+3/20+0+3/16 ≈ 42,08%
$\overline{R}$	(1/4)·(2/3)	(1/4)·(2/5)	(1/4)·1	(1/4)·(1/4)	2/12+2/20+1/4+1/16 ≈ 57,92%
total	**1/4**	**1/4**	**1/4**	**1/4**	**1**

5.1 La probabilité qu'il fasse la rencontre de sa vie est : $P(R)\approx 42,08\%$ Somme des "R".

5.2 Sachant qu'il a fait la rencontre de sa vie, la probabilité qu'il ait choisi le deuxième tabouret est :

$P(T_2 \mid R) \approx \dfrac{0,15}{0,4208} \approx 0,3565 = 35,65\%$. **(Il n'y a bien sûr aucune chance qu'il ait choisi le 3ème tabouret !)**

5.3 Sachant qu'il n'a pas fait la rencontre de sa vie, la probabilité qu'il ait choisi le troisième tabouret est :

$$P(T_3 \mid \overline{R}) \approx \frac{0,25}{0,5792} \approx 0,4316 = 43,16\%.$$