

1.1

$$A = \{PPP; PFP; FPP; FFP\}$$

$$B = \{FFP\}$$

$$C = \{PPF; PFP; FPP\}$$

$$D = \{PPF; PFP; FPP; PPP\}$$

$$E = \{FFF; PFF; PPF; FFP; FPP; PFP; PPF\}$$

$$F = \{FFF; PFF; FFP\}$$

1.2 formulations positives, sans négations :

$$\bar{A} = \text{"face arrive au 3^{ème} jet"} = \{PPF; PFF; FPF; FFF\}$$

$$\bar{B} = \text{"pile arrive au 1^{er} jet ou pile arrive au 2^{ème} jet ou face arrive au 3^{ème} jet"} \\ = \{PPP; PFP; FPP; PPF; PFF; FPF; FFF\}$$

$$\bar{C} = \text{"obtenir au plus une fois pile ou obtenir trois fois pile"} = \{FFF; FFP; FPF; PFF; PPP\}$$

$$\bar{D} = \text{"obtenir au plus une fois pile"} = \{FFF; PFF; FPF; FFP\}$$

$$\bar{E} = \text{"obtenir au moins trois fois pile"} = \{PPP\}$$

$$\bar{F} = \text{"obtenir un pile au 2^{ème} jet ou obtenir au plus une fois face"} = \{FPF; PFP; PPF; FPP; PPP\}$$

1.3

Les événements réalisés par l'issue FPF sont : A ; C ; D et E .

2. L'univers a pour cardinal $Card(U) = 6^3 = 216$

2.1 A : $6 \cdot 1 \cdot 6 = 36$ issues favorables. $Card(A) = 36$

2.2 B : $5 \cdot 1 \cdot 5 = 25$ issues favorables. $Card(B) = 25$

2.3 C : Notons $\bar{4}$ pour indiquer que le dé n'affiche pas 4. Possibilités : $\bar{4} ; \bar{4} ; \bar{4}$
Donc $Card(C) = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$.

2.4 D : Notons $\bar{4}$ pour indiquer que le dé n'affiche pas 4. Possibilités :
 $4 ; \bar{4} ; \bar{4}$ ou $\bar{4} ; 4 ; \bar{4}$ ou $\bar{4} ; \bar{4} ; 4$ ou $\bar{4} ; 4 ; 4$ ou $4 ; \bar{4} ; 4$ ou $4 ; 4 ; \bar{4}$ ou $4 ; 4 ; 4$
 $1 \cdot 5 \cdot 5 + 5 \cdot 1 \cdot 5 + 5 \cdot 5 \cdot 1 + 5 \cdot 1 \cdot 1 + 1 \cdot 5 \cdot 1 + 1 \cdot 1 \cdot 5 + 1 \cdot 1 \cdot 1 = 91$.
 $Card(D) = 91$.

Autre méthode Notons "?" pour indiquer que le dé affiche un nombre entre 1 et 6.

$$4 ; ? ; ? \text{ ou } \bar{4} ; 4 ; ? \text{ ou } \bar{4} ; \bar{4} ; 4$$

$$1 \cdot 6 \cdot 6 + 5 \cdot 1 \cdot 6 + 5 \cdot 5 \cdot 1 = 91. \text{ Le même résultat que selon l'autre méthode.}$$

Meilleure méthode : $\bar{D} = \text{"le 4 n'apparaît à aucun des 3 jets"}$ donc $Card(\bar{D}) = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$
et $Card(D) = Card(U) - Card(\bar{D}) = 216 - 125 = 91$.

2.5 Notons S pour Supérieur à 4 et I pour Inférieur ou égal à 4

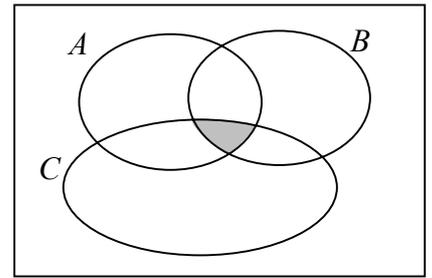
$$E : SIS \text{ ou } ISS \text{ ou } SSI$$

$$2 \cdot 4 \cdot 2 + 4 \cdot 2 \cdot 2 + 2 \cdot 2 \cdot 4 = 48 \text{ issues favorables. } Card(E) = 48.$$

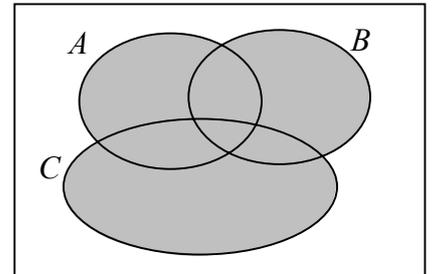
3.1 « vérification du système d'échappement » = $U = \{SB; SH; SA; IB; IH; IA\}$

3.2 « le test d'émission est satisfaisant » = $E = \{SB; SH; SA\}$

4.1 « A, B et C sont réalisés simultanément » = $A \cap B \cap C$



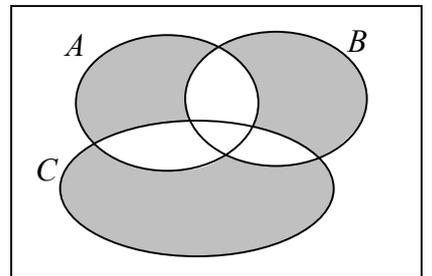
4.2 « Au moins l'un des événements est réalisé » = $A \cup B \cup C$



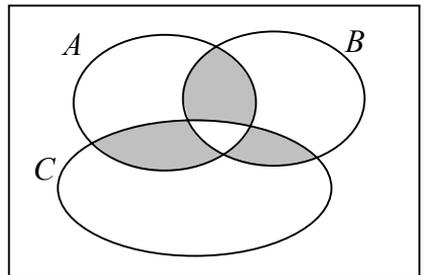
4.3 « Un seul des événements est réalisé » =

$$\left[A \cap (\overline{B \cup C}) \right] \cup \left[B \cap (\overline{A \cup C}) \right] \cup \left[C \cap (\overline{A \cup B}) \right]$$

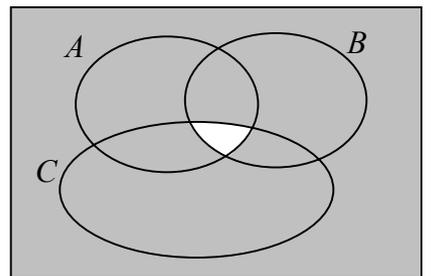
$$= \underline{\underline{\left[A \cap \overline{B} \cap \overline{C} \right] \cup \left[\overline{A} \cap B \cap \overline{C} \right] \cup \left[\overline{A} \cap \overline{B} \cap C \right]}}$$



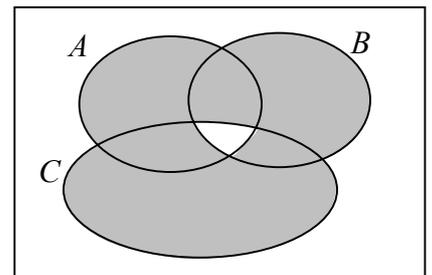
4.4 « Exactly deux événements sont réalisés » =
 $\left[A \cap B \cap \overline{C} \right] \cup \left[A \cap C \cap \overline{B} \right] \cup \left[C \cap B \cap \overline{A} \right]$



4.5 « Au plus deux événements sont réalisés » = $\overline{A \cap B \cap C}$
 $\overline{A \cap B \cap C}$



4.6 « Un ou deux événements sont réalisés » = $(A \cup B \cup C) \cap (\overline{A \cap B \cap C})$
 $(A \cup B \cup C) \cap (\overline{A \cap B \cap C})$



Les lois de Morgan sont souvent utiles : (c.f. p. 5 du formulaire CRM)

$$\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B} \quad \text{et} \quad \overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$$

On a aussi : $\overline{A \cup B \cup C} = \overline{A} \cap \overline{B} \cap \overline{C}$ et $\overline{A \cap B \cap C} = \overline{A} \cup \overline{B} \cup \overline{C}$ etc. avec 4 ou plus ensembles.