1) L'ordre compte, avec répétitions, il y a donc $\overline{A}_6^2 = 2^6 = 64$ réponses possibles.

2) L'ordre compte dans tous les cas
   a) sans répétition, débuter par 0 admis : ☐ ☐ ☐ $\leftrightarrow$? ? ?
   donc le nombre de nombre que l'on peut formé vaut : $A_3^{10} = 10 \cdot 9 \cdot 8 = 720$
   b) sans répétition, débuter par 0 non admis : ☐ ☐ ☐ $\leftrightarrow$ $\not{0}$? ?
   donc le nombre de nombre que l'on peut formé vaut : $9 \cdot 9 \cdot 8 = 648$
   c) avec répétition, débuter par 0 admis : ☐ ☐ ☐ $\leftrightarrow$? ? ?
   donc le nombre de nombre que l'on peut formé vaut : $\overline{A}_3^{10} = 10^3 = 1'000$
   d) avec répétition, débuter par 0 non admis : ☐ ☐ ☐ $\leftrightarrow$ $\not{0}$? ?
   donc le nombre de nombre que l'on peut formé vaut : $9 \cdot 10 \cdot 10 = 900$
   e) sans répétition, débuter par 0 non admis : ☐ ☐ ☐ $\leftrightarrow$ $\not{0}$? ?
   donc le nombre de nombre que l'on peut formé vaut : $8 \cdot 8 \cdot 1 = 64$

3) ☐ ☐ ☐ ☐ ☐
   L L $\not{0}$ C C donc le nombre de plaques différentes est : $26 \cdot 25 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 10 = 585'000$

4) Permutations car l'ordre compte et on utilise toutes les lettres, avec répétitions car 3 E.
   a) $\overline{P}(3;1;1;1) = \dfrac{6!}{3! \cdot 1! \cdot 1! \cdot 1!} = 120$
   b) ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐
   E ? ? ? ? E
   Il reste 4 lettres **distinctes** S, E, V et L à placer : $P_4 = 4! = 24$
   c) Les trois E forment un bloc qui occupe une place, à côté de S, V et L.
   C'est comme si on avait 4 objets distincts **S** ; **V** ; **L** ; **EEE** : $P_4 = 4! = 24$
   d) ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐
   E ? ? ? ? S
   Il reste 4 lettres E, E, V et L, dont 2 **identiques** à placer : $\overline{P}(2;1;1) = \dfrac{4!}{2! \cdot 1! \cdot 1!} = 12$

5) Permutation avec répétitions : $\overline{P}(5;3;2) = \dfrac{10!}{5! \cdot 3! \cdot 2!} = 2'520$

6.1) <u>Si on distingue les personnes entre elles</u> :
   a) $P_5 = 5! = 120$
   b) on a deux blocs G1-G2-G3 et F1-F2, il y a donc P_2 façons de placer ces deux blocs
   et à l'intérieur des blocs, on permute les personnes, donc en tout : $P_2 \cdot P_3 \cdot P_2 = 2! \cdot 3! \cdot 2! = 24$
   c) on a 3 objets G1, G2, G3 et un bloc F1-F2, donc 4 objets, mais les filles peuvent permuter entre elles, donc en tout : $P_4 \cdot P_2 = 4! \cdot 2! = 48$

6.2) <u>Si on ne distingue pas les personnes entre elles, mais seulement F ou G</u> :
   a) $\overline{P}(3;2) = \dfrac{5!}{3! \cdot 2!} = 10$
   b) on a deux blocs G-G-G et F-F, il y a donc P_2 façons de placer ces deux blocs
   et à l'intérieur de chaque bloc pas de permutations car **objets identiques**, donc : $2! = 2$
   c) on a **3 objets identiques G** ; **G** ; **G** et un bloc **F-F de 2 objets identiques** aussi, donc 4 objets
   en tout, ce qui donne : $\overline{P}(3;1) = \dfrac{4!}{3! \cdot 1!} = 4$

7) L'ordre des deux joueurs participant à une partie donnée ne compte pas, donc c'est une combinaison : $C_2^{12} = \dfrac{12!}{10! \cdot 2!} = 66$

---

8) a) L'ordre des invités ne compte pas, donc c'est une combinaison : $C_5^{11} = \dfrac{11!}{6! \cdot 5!} = 462$

b) Les 2 amis forment un bloc, donc deux alternatives :
ou bien ils viennent ensemble ; ou bien ils ne viennent ni l'un ni l'autre.
Calcul de la 1ère alternative : le bloc vient, il reste 3 amis à inviter sur un effectif de 9

$$C_2^2 \cdot C_3^9 = \frac{2!}{0! \cdot 2!} \cdot \frac{9!}{6! \cdot 3!} = 1 \cdot 84 = 84$$

Calcul de la 2ème alternative : le bloc ne vient pas, il reste 5 amis à inviter sur un effectif de 9

$$C_0^2 \cdot C_5^9 = \frac{2!}{2! \cdot 0!} \cdot \frac{9!}{4! \cdot 5!} = 1 \cdot 126 = 126$$

Si la maîtresse de maison veut envisager TOUTES les alternatives : 84 + 126 = 210.
<u>**Attention aux signes**</u> + et • : pourquoi l'un et l'autre ?

c) Les deux amis D1 et D2 se détestent, donc 2 alternatives :
ou bien un seul des deux D vient ; ou bien aucun des deux D ne vient.
Calcul de la 1ère alternative : un D vient, il reste 4 amis à inviter sur un effectif de 9

$$C_1^2 \cdot C_4^9 = \frac{2!}{1! \cdot 1!} \cdot \frac{9!}{5! \cdot 4!} = 2 \cdot 126 = 252$$

Calcul de la 2ème alternative : aucun D ne vient, il reste 5 amis à inviter sur un effectif de 9

$$C_0^2 \cdot C_5^9 = \frac{2!}{2! \cdot 0!} \cdot \frac{9!}{4! \cdot 5!} = 1 \cdot 126 = 126$$

Si la maîtresse de maison veut envisager TOUTES les alternatives : 126 + 252 = 378.

---

9) a) L'ordre dans lequel l'étudiant choisit les questions auxquelles il veut répondre ne compte pas :
Combinaison $C_{10}^{13} = \dfrac{13!}{3! \cdot 10!} = 286$

b) Il reste encore 8 questions à choisir parmi 11 : $C_2^2 \cdot C_8^{11} = 1 \cdot \dfrac{11!}{3! \cdot 8!} = 165$

Remarque **:** le facteur $C_2^2 = 1$ est superflu car il n'y a qu'une seule façon de choisir les deux questions obligatoires !

c) Il doit choisir <u>une seule</u> des deux premières questions et neuf autres parmi les onze restantes.
Donc : $C_1^2 \cdot C_9^{11} = \dfrac{2!}{1! \cdot 1!} \cdot \dfrac{11!}{2! \cdot 9!} = 2 \cdot 55 = 110$

d) Il doit choisir <u>trois des cinq premières</u> questions et donc <u>sept autres parmi les huit restantes</u>.
Donc : $C_3^5 \cdot C_7^8 = \dfrac{5!}{2! \cdot 3!} \cdot \dfrac{8!}{1! \cdot 7!} = 10 \cdot 8 = 80$

e) Il doit choisir trois des cinq premières questions et sept autres parmi les huit restantes,
<u>ou bien</u> quatre des cinq premières questions et six autres parmi les huit restantes,
<u>ou bien</u> cinq des cinq premières questions et cinq autres parmi les huit restantes.
Donc en additionnant les <u>trois alternatives</u> :

$$C_3^5 \cdot C_7^8 + C_4^5 \cdot C_6^8 + C_5^5 \cdot C_5^8 = 80 + 140 + 56 = 276$$

10) a) Il choisit 3 élèves sur les 15 élèves de A et donc encore 2 élèves sur les 12 élèves de B.
(L'ordre du choix ne compte pas, seuls les objets sélectionnés comptent) :
$$C_3^{15} \cdot C_2^{12} = \frac{15!}{12! \cdot 3!} \cdot \frac{12!}{10! \cdot 2!} = 30'030$$

b) Ou bien {**(3 élèves de A) et (2 de B)**}, ou bien {**(4 élèves de A) et (1 de B)**}, ou bien {**(5 élèves de A) et (0 de B)** }
ce qui donne : $C_3^{15} \cdot C_2^{12} + C_4^{15} \cdot C_1^{12} + C_5^{15} \cdot C_0^{12} = 49'413$

c) Ou bien {**(3 A) et (2 B)**}, ou bien {**(2 A) et (3 B)**}, ou bien {**(1 A) et (B)**}, ou bien {**(0 A) et (5 B)**} :
$C_3^{15} \cdot C_2^{12} + C_2^{15} \cdot C_3^{12} + C_1^{15} \cdot C_4^{12} + C_0^{15} \cdot C_5^{12} = 455 \cdot 66 + 105 \cdot 220 + 15 \cdot 495 + 1 \cdot 792 = 61'347$
Meilleure méthode : il a tous les choix possibles **(5 élèves à choisir parmi 27 (15+12 !!!)**) soit C_5^{27}
moins les choix { **(4A et 1B) ou (5A et 0B)** }
Donc : $C_5^{27} - C_4^{15} \cdot C_1^{12} - C_5^{15} \cdot C_0^{12} = 80'730 - 16'380 - 3'003 = 61'347$

d) ou bien **(5A et 0B)** , ou bien **(0A et 5B)** : $C_5^{15} \cdot C_0^{12} + C_0^{15} \cdot C_5^{12} = 3'003 + 792 = 3'795$

e) on pourrait écrire tous les termes correspondants, ce serait long. **Meilleure méthode :**
il a tous les choix possibles C_5^{27} ***moins*** les choix **{ (5A et 0B) ou (0A et 5B) }**
Donc : $C_5^{27} - C_5^{15} \cdot C_0^{12} - C_0^{15} \cdot C_5^{12} = 80'730 - 3'003 - 792 = 76'935$

---

11) L'ordre compte, arrangements Voyelles : A E I O U Y
a) $\overline{A}_3^{26} = 26^3 = 17'576$ c) $6 \cdot 25 \cdot 24 = 3'600$
b) $A_3^{26} = 26 \cdot 25 \cdot 24 = 15'600$ d) $1 \cdot 25 \cdot 24 + 25 \cdot 1 \cdot 24 + 25 \cdot 24 \cdot 1 = 1'800$
il reste deux lettres à choisir et le S peut occuper 3 places possibles.

---

12) a) $P_7 = 7! = 5'040$
b) G ? ? ? ? ? ? il reste 6 lettres à permuter donc : $P_6 = 6! = 720$
c) C1 C2 ? ? ? V1 V2 L O G I Q U E = sept lettres = 4 voyelles + 3 consonnes
$A_2^3 \cdot P_3 \cdot A_2^4 = 6 \cdot 6 \cdot 12 = 432$ **les trois lettres restantes ? ? ? au milieu sont sans choix, mais à permuter**

---

13) Dans une main, l'ordre ne compte pas : combinaisons
a) $C_9^{36} = 94'143'280$
b) $C_3^9 \cdot C_2^9 \cdot C_2^9 \cdot C_2^9 = 3'919'104$ **il ne faut pas oublier les 2 cartes à choisir en trèfle !**
c) $C_3^4 \cdot C_2^4 \cdot C_4^{28} = 491'400$ **il ne faut pas oublier les 4 cartes à choisir ni en AS, ni en ROI !**
d) Au moins 3 AS signifie « 3 AS <u>ou</u> 4 AS », donc $C_3^4 \cdot C_6^{32} + C_4^4 \cdot C_5^{32} = 3'826'144$
e) Nbre de mains avec **au moins 1 AS** = (**nombre total de mains)** ***moins*** **(nombre de mains sans AS)**
Donc : $C_9^{36} - C_0^4 \cdot C_9^{32} = 94'143'280 - 28'048'800 = 66'094'480$
Naturellement, on aurait pu additionner le nombre de mains avec 1 As + celui avec 2 As + …

---

14) On a : un bloc de 7 K(itchen), un bloc de 5 P(hysique) et un bloc de 6 C(himie).
On peut permuter les trois blocs entre eux et les livres à l'intérieur de chaque bloc :
Nombre total d'alignements = $P_3 \cdot P_7 \cdot P_5 \cdot P_6 = 3! \cdot 7! \cdot 5! \cdot 6! = 2'612'736'000$

---

15) a) $C_4^{20} = 4'845$ (il y a 20 élèves en tout)
b) $C_1^{11} \cdot C_3^9 = 924$
c) « **Au moins 1 F** » = **Le contraire de « uniquement des Garçons »**: $C_4^{20} - C_4^9 = 4'719$
On aurait pu additionner $C_1^{11} \cdot C_3^9 + C_2^{11} \cdot C_2^9 + C_3^{11} \cdot C_1^9 + C_4^{11} \cdot C_0^9 = 4'719$, qui est plus long !

---

16) a) L'ordre ne compte pas $C_2^{10} = 45$
b) Il faut choisir A et un autre point parmi 9 : $C_1^1 \cdot C_1^9 = 9$
c) « Combien de droites passent par les 8 autres points ? » $C_2^8 = 28$
d) Il faut 3 points <u>non alignés</u> (comme dans l'énoncé) , sans ordre : $C_3^{10} = 120$
e) Prendre les points A et B et il reste 8 points pour le choix du 3ème sommet : $C_2^2 \cdot C_1^8 = 8$.