❶

Fixons les conditions de l'expérience de manière plus circonstanciée :

1. 3 objets sont lâchés à l'instant $t=0$ d'une altitude $h_{\max}$, qui n'est pas la même a priori pour les trois objets (!)
2. ils sont en chute en raison de la gravitation terrestre
3. la vitesse de chaque objet, qui dépend de la forme de l'objet et du milieu de chute, est une fonction du temps
4. à l'instant $t = 6$ tous les objets touchent terre
5. très naturellement, altitude au sol $x(6) = 0$

Unités (non mentionnées dans les calculs ci-dessous) : s - m - m/s

Objet 1	**Objet 2**	**Objet 3**
Question 1. $v(t)=-9,8t$ $x(t)=\int -9,8t\ dt$ $x(t) = -4,9t^2 + C$ Détermination de C à l'aide de la condition initiale : $x(6) = 0$ $-4,9\cdot(6)^2 + C=0 \Rightarrow C=176,4$	$v(t)=-9,8\sqrt{t}$ $x(t)=\int -9,8\sqrt{t}\ dt$ $x(t) = -9,8\,\frac{2}{3}t^{\frac{3}{2}} + C$ Détermination de C à l'aide de la condition initiale : $x(6) = 0$ $-9,8\cdot\left(\frac{2}{3}\right)\cdot 6^{\frac{3}{2}}+C=0\Rightarrow C=96,0$	$v(t)=-9,8\left(1-\frac{1}{(1+t)^2}\right)$ $x(t) = -9,8\,t - \frac{9,8}{1+t} + C$ Détermination de C à l'aide de la condition initiale : $x(6) = 0$ $-9,8\cdot(6) - \frac{9,8}{1+6}+C=0\Rightarrow C=60,2$
Question 2. $x(0) = -4,9\cdot(0)^2 +176,4=176,4$	$x(0) = -9,8\left(\frac{2}{3}\right)(0)^{\frac{3}{2}}+96,0=96,0$	$x(0) = -9,8\cdot(0) - \frac{9,8}{1+0} + 60,2 = 50,4$

---

❷

2.1 L'accélération est constante : α valeur à déterminer

a) $t=0$: $v=\frac{60\,km}{1\,h}=\frac{60'000\,m}{3'600\,s}=\frac{50}{3}\frac{m}{s}$ b) $t=50$: $v=\frac{200}{3}\frac{m}{s}$

$v(t)=\int \alpha\, dt = \alpha t+C$ pour $t=0$: $\alpha.0+C=\frac{50}{3} \Rightarrow C=\frac{50}{3}$

pour $t=50$: $\boxed{\alpha.50+\frac{50}{3}=\frac{200}{3} \Rightarrow \alpha=1}$

Donc $\boxed{v(t)= t+\frac{50}{3}}$ et par conséquent $x(t)=\int\left(t+\frac{50}{3}\right)dt = \frac{1}{2}t^2+\frac{50}{3}t+C$

Pour trouver C , on sait qu'en $t=0$ la distance parcourue est nulle, soit :

$$x(0)=\frac{1}{2}0^2+\frac{50}{3}0+C \quad \Rightarrow \quad C=0 \ .$$

Donc $\boxed{x(t)=\frac{1}{2}t^2+\frac{50}{3}t}$ et en particulier $x(50)=\frac{1}{2}50^2+\frac{50}{3}50=2'083$.

2.2 **L'accélération est** $a(t)=-t$ donc $v(t)=-\frac{1}{2}t^2+C$

$t=0$: $v=\frac{200}{3}\frac{m}{s}$ donc $v(0)=-\frac{1}{2}0+C=\frac{200}{3} \Rightarrow C=\frac{200}{3}$

Ainsi la vitesse instantanée est : $\boxed{v(t)=-\frac{1}{2}t^2+\frac{200}{3}}$

et la position instantanée sera $x(t)=-\frac{1}{6}t^3+\frac{200}{3}t+C$

Comme $x(0)=0$ la constante $C=0$, et l'on a : $x(t)=-\frac{1}{6}t^3+\frac{200}{3}t$

Questions : Si $t=10$, $x(10)=500$
Arrêt = vitesse nulle, donc il faut résoudre
$-\frac{1}{2}t^2+\frac{200}{3}=0$ ce qui donne $t=\frac{20\sqrt{3}}{3}\simeq 11,6$

2.3 **L'accélération est** $a(t)=k\,t$ Réponses : $k=-0.52$ et $x(16)\simeq 711$.

---

❸ **Le coup de frein**

$a(t)=-6$ $v(t)=-6t+C$ $v(0)=20 \Rightarrow C=20$ **Donc** $\boxed{v(t)=-6t+20}$

3.1 Arrêt pour $v(t)=0$, ce qui donne $t=\frac{10}{3}$.

3.2 $x(t)=-3t^2+20t+C$, $x(0)=0$ donne $C=0$ Donc $x(t)=-3t^2+20t$ $x(\frac{10}{3})=33.3$

❹ **Le tuyau percé**

Soit *V(t)* le volume d'eau gaspillée au moment *t* après le début de la fuite (*t = 0* : début de la fuite)

A un moment t et en h instants, il s'écoule $V(t+h)-V(t)$ litres d'eau gaspillée.

Le débit mesure la « vitesse d'écoulement » c'est-à-dire :
le taux de variation du volume d'eau gaspillée à un instant donné.

Donc :
Débit de la fuite = $D(t) = \lim_{h\to 0}\dfrac{V(t+h)-V(t)}{h}$ = fonction dérivée de V

Donc le volume est une primitive du débit $D(t)=4+0,2t$: $V(t)=4t+0.1t^2+C$
et comme $V(0)=0$, on a $C=0$.

Donc $V(t)=4t+0.1t^2$ et $V(72)=4(72)+0.1(72)^2=806.4$.

---

❺ **La route de montagne**

Erreur! Liaison incorrecte.
Pendant qu'un véhicule fait *l* mètres horizontalement, il s'élève de *A(x+l) – A(x)*.

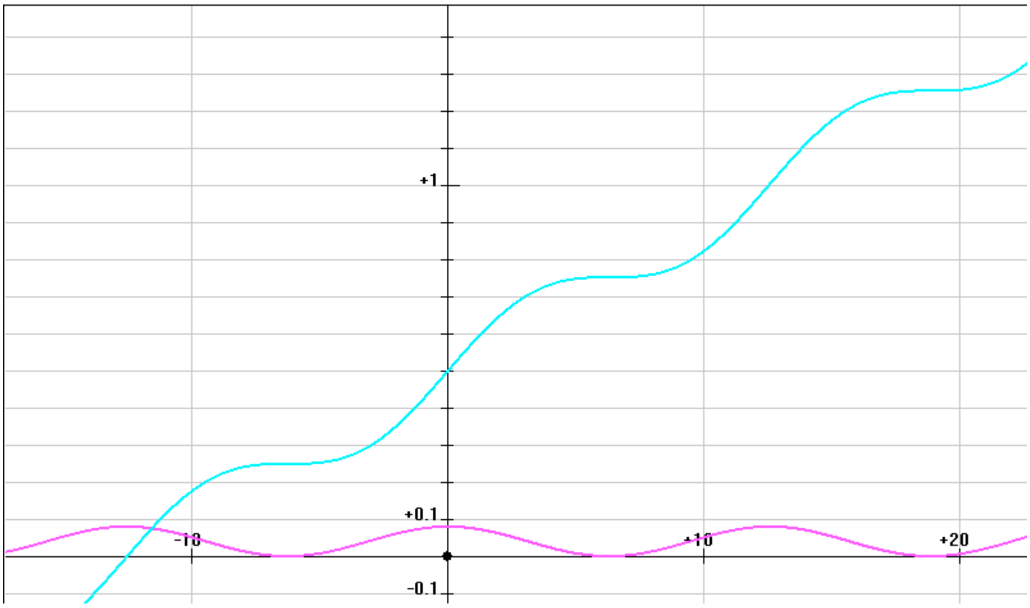
«Taux de variation de l'altitude *A(x)*» = $\lim_{l\to 0}\dfrac{A(x+l)-A(x)}{l}$ = pente de la route en x = **dérivée de *A***

= $0,04\left(1+\cos\left(\dfrac{x}{2}\right)\right)$ d'après l'énoncé **(**unité de longueur = km)

Donc l'altitude est une primitive de la pente : $A(x)=0,04x+0,08\sin\left(\dfrac{x}{2}\right)+C$

et comme *A(0) = 0,5* , on a $C=0,5$.

Donc $A(x)=0,04x+0,08\sin\left(\dfrac{x}{2}\right)+0,5$ et $A(20)=1,256$.



❻ **Les nénuphars**

Des nénuphars prolifèrent sur un lac. Lors de la première observation ils recouvraient 40 [m^2]. Le taux d'accroissement de la surface recouverte peut être modélisé par la fonction: $t \to 0{,}8 \cdot e^{-0{,}02 \cdot t}$ où t représente le nombre de jours écoulés depuis la première observation.

6.1 $S(t) = \int 0{,}8e^{-0{,}02 \cdot t}\, dt = -40e^{-0{,}02 \cdot t} + C$; $S(0) = 40$ alors $C = 80$.

$S(30) \cong 58\left[m^2\right]$ $\qquad$ $S(60) \cong 68\left[m^2\right]$

6.2 D'après ce modèle, la surface ne dépassera pas $80\left[m^2\right]$.

6.3 $S(t) = 0 \;\Rightarrow\; t = -\dfrac{ln(2)}{0{,}02} \cong -34{,}65$ jours.

Il y a donc un peu plus de 34 jours que les premiers nénuphars sont apparus sur le lac.