<u>LOI HORAIRE</u>

Le mobile met h secondes de la position $x(t)$ à la position $x(t+h)$

La **fonction vitesse est définie comme le taux de variation instantané de la position du mobile**, c'est-à-dire comme la **dérivée de la fonction position**, ce qui s'écrit encore :
« la fonction position est une primitive de la fonction vitesse » .

$v(t)$ est la vitesse instantanée à l'instant t

$$\boxed{v(t) = \lim_{h \to 0} \frac{x(t+h) - x(t)}{h} = x'(t)}$$

$x(t)$ est la position à l'instant t

$$\boxed{x(t) = \int v(t)\,dt}$$

où la constante d'intégration sera déterminée par une condition initiale.

De manière analogue, **l'accélération instantanée est définie comme le taux de variation de la vitesse**, ou bien, autrement formulé, la **vitesse est une primitive de l'accélération** :

$$\boxed{a(t) = \lim_{h \to 0} \frac{v(t+h) - v(t)}{h} = v'(t)}$$

$$\boxed{v(t) = \int a(t)\,dt}$$

Détermination de la constante d'intégration à l'aide d'une condition initiale.

---

❶

Soit trois objets en chute dont la vitesse en [*m/s*] est donnée par les trois fonctions ci-dessous :

$v_1(t) = -9{,}8 \cdot t$

$v_2(t) = -9{,}8 \cdot \sqrt{t}$

$v_3(t) = -9{,}8\left(1 - \dfrac{1}{(1+t)^2}\right)$

1.1 Pour chacune des fonctions vitesse trouvez sa fonction $x(t)$ correspondante sachant que l'objet touche terre après 6 secondes.

1.2 Calculez la hauteur initiale de chaque objet.

---

❷

2.1 Quelques instants après son départ, un TGV passe de 60 km/h à 240 km/h en 50 secondes, avec une accélération constante.
Déterminez l'accélération.
Quelle distance a-t-il parcourue pendant cette durée ?

2.2 Un TGV lancé à 240 km/h doit freiner. Son accélération est alors proportionnelle au temps :
$a(t) = -t \; \left[m/s^2 \right]$
En 10 secondes sur quelle distance a-t-il freiné ?
Après combien de temps s'arrête-t-il ?

2.3 Même cas que précédemment mais son accélération est : $a(t) = k \cdot t$, avec $k < 0$.
S'il s'arrête en 16 secondes, sur quelle distance a-t-il freiné ?

---

❸ **Le coup de frein**

Une voiture roulant à 20 [*m/s*] freine brusquement avec une accélération de -6 [m/s^2].

3.1 Quel temps mettra la voiture pour s'arrêter ?

3.2 Quelle distance parcourra la voiture avant de s'arrêter ?

---

❹ **Le tuyau percé**

Une fuite a été constatée dans le réseau de distribution d'eau d'un immeuble. L'ingénieur responsable souhaite estimer la quantité d'eau ainsi perdue. En la mesurant à des moments différents, il remarque que le **taux de variation** du volume d'eau gaspillée en litres par heure, appelé débit, augmente selon la fonction: $t \to 4 + 0{,}2 \cdot t$.
Si la fuite n'est réparée que 3 jours plus tard, quelle quantité d'eau aura été gaspillée durant cette période ?

---

❺ **La route de montagne**

La pente d'une route de montagne peut être modélisée par la fonction suivante:
$x \to 0{,}04 \cdot \left(1 + cos\left(\frac{x}{2}\right)\right)$ où x représente la distance horizontale exprimée en [*km*].
Sachant que le début de la route se situe à 500 [*m*] au-dessus du niveau de la mer, quelle est l'altitude de la route à une distance horizontale de 20 [*km*] ?
Esquissez graphiquement l'altitude de la route en fonction de la distance horizontale.

---

❻ **Les nénuphars**

Des nénuphars prolifèrent sur un lac. Lors de la première observation ils recouvraient 40 [m^2]. Le taux d'accroissement de la surface recouverte peut être modélisé par la fonction: $t \to 0{,}8 \cdot e^{-0{,}02 \cdot t}$ où t représente le nombre de jours écoulés depuis la première observation.

6.1 Si les nénuphars continuent à croître selon ce modèle, quelle surface recouvriront-ils après 30 jours ? Après 60 jours ?

6.2 Les nénuphars recouvriront-ils un jour la totalité de la surface du lac ?

6.3 En supposant que ce modèle décrive la croissance des nénuphars depuis leur apparition, quand celle-ci a-t-elle eu lieu ?