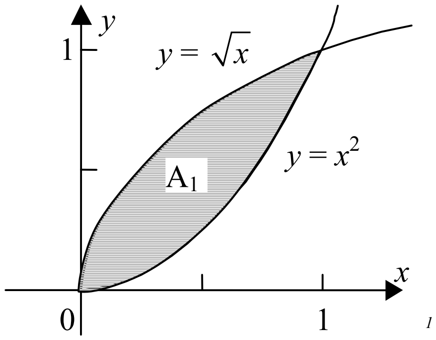
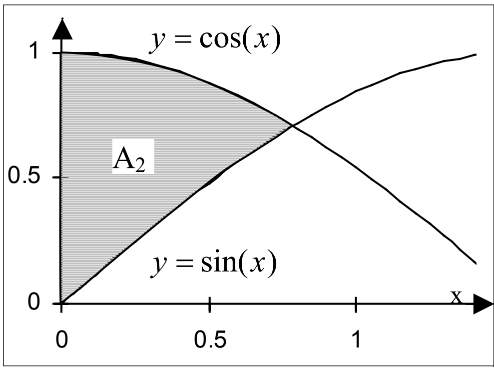
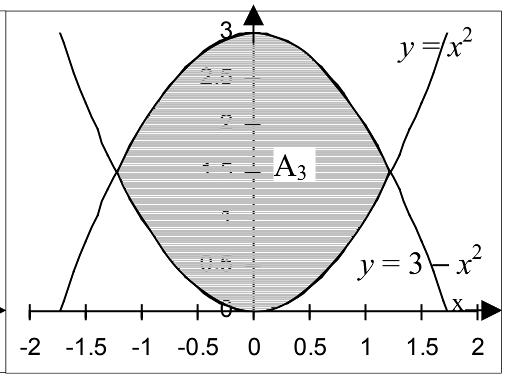
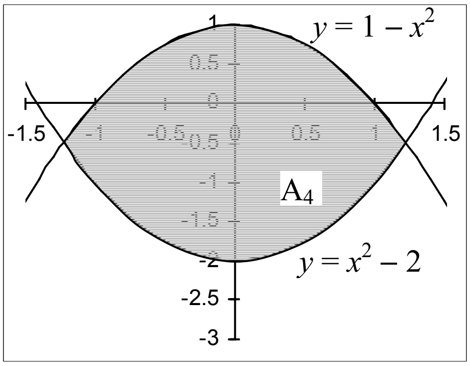
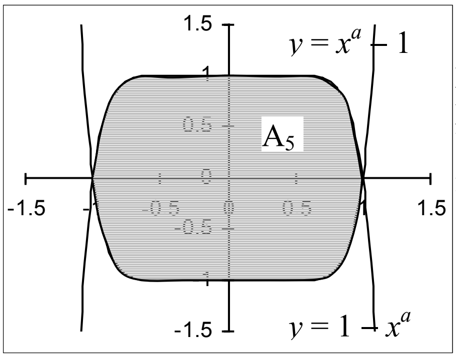
❶ Calculez les aires grisées ci-dessous.
Au préalable, vous devrez déterminer des intersections de courbes !











Calculez l'aire pour $a = 10$,
puis $a = 100$,
puis $a = 1000$.
Vers quelle aire se rapproche-t-on si a est un entier pair qui tend vers l'infini ?

❷ Soit c un nombre réel positif.

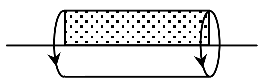
On considère les deux fonctions : $f(x) = 1 - |x|^c$ et $g(x) = |x|^c - 1$.

a) Dessinez le graphique de ces deux fonctions pour $c = 1$; $c = 2{,}5$ et pour $c = 100$.
b) Calculer l'aire comprise entre ces deux fonctions, en fonction de c.
c) Pour $c = 1$, que vaut-elle ? Faites un lien avec l'aire d'une figure géométrique connue.
d) Pour quelle valeur de c cette aire vaut-elle 2,75 ?
e) Vers quelle limite tend cette aire lorsque c tend vers l'infini. Faites un lien avec vos graphiques.

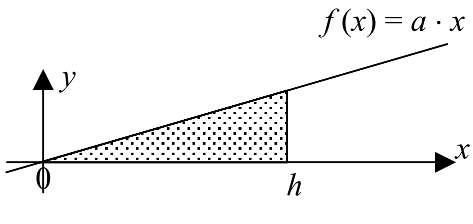
Solide de révolution.

❸ On appelle **solide de révolution** un corps obtenu par rotation d'une surface autour d'un axe.

Par exemple en faisant tourner un rectangle autour de l'un de ses côtés on obtient un cylindre.
La fonction f correspondante est : $f(x) = R$, où
R = le rayon de la base du cylindre.
Pour un cylindre de hauteur h, on fait varier x de 0 à h.
Calculez le volume d'un cylindre de base de rayon R et de hauteur h.

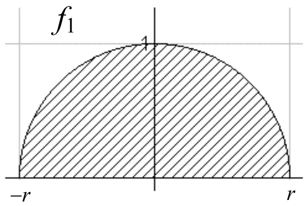


❹ Pour calculer le volume d'un cône, la fonction génératrice de ce solide de révolution est $f(x) = a \cdot x$.
En faisant tourner le triangle correspondant autour de l'axe des x, on obtient un cône.
Pour un cône de hauteur h, on fait varier x de 0 à h.
Calculez le volume du cône correspondant.
Que doit valoir "a" pour que le rayon de la base égale R ?

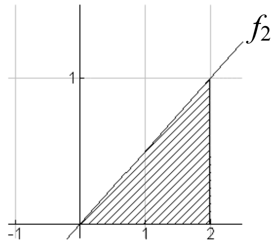


❺ Les surfaces hachurées ci-dessous engendrent des solides de révolution lorsqu'on les fait tourner autour de l'axe des x.
Dessinez pour chacun des cas le solide obtenu et calculez son volume de révolution.

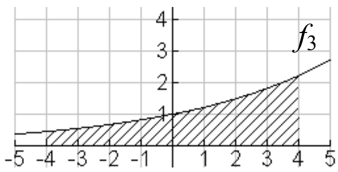
$f_1(x)=\sqrt{r^2-x^2}$



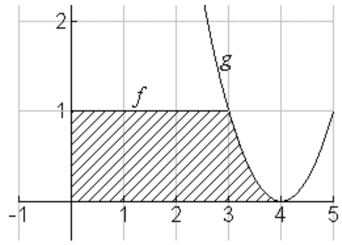
$f_2(x)=\dfrac{1}{2}x$



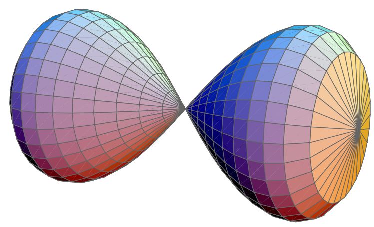
$f_3(x)=e^{x/5}$



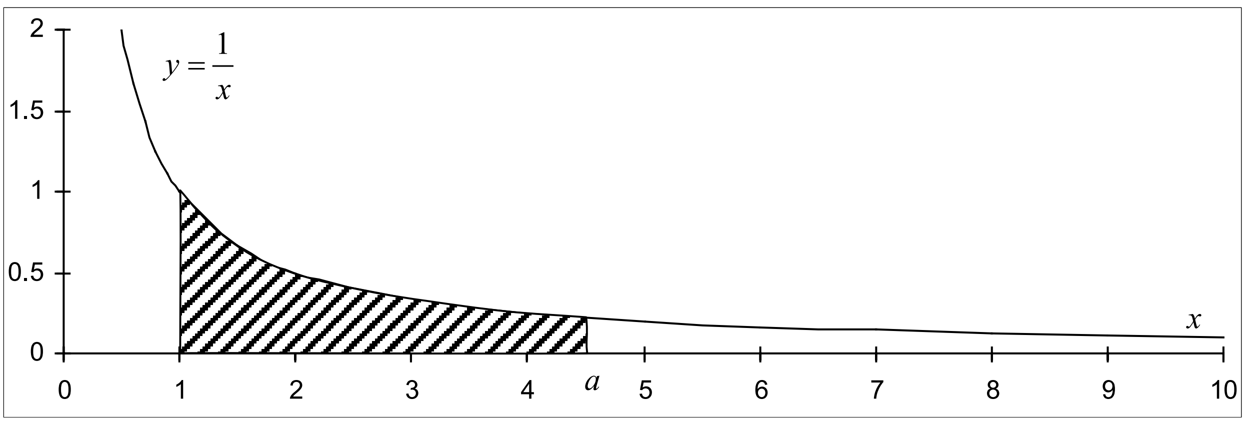
$f(x)=1$ et
$g(x)=(x-4)^2$



❻ Calculez le volume du corps de révolution engendré par la rotation autour de l'axe des x de la courbe d'équation $y=\sqrt{x^2-x^4}$, pour x variant entre -1 et 1.



❼ a) Calculez le volume du corps de révolution engendré par la rotation autour de l'axe des x de la courbe d'équation $y=\dfrac{1}{x}$, pour x variant entre 1 et a.



b) Vers quel nombre tend ce volume lorsque a tend vers l'infini ?
c) Quelle est l'aire de la surface hachurée ?
d) Vers quelle limite tend cette aire lorsque a tend vers l'infini ?

Remarquez que l'aire latérale de ce volume est supérieure à l'aire hachurée, et donc qu'elle tend vers l'infini lorsque a tend vers l'infini.

A la limite vous obtenez un solide de volume fini, mais infiniment long et d'aire latérale infinie !
Comment faire pour peindre cette surface infinie ? Réponse : remplir de peinture ce volume fini !!!