/3 **1.a** $f'(1)=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{x}-\sqrt{1}}{x-1}\cdot\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x-1}{(x-1)\cdot(\sqrt{x}+1)}=\dfrac{1}{\sqrt{1}+1}=\underline{\underline{\dfrac{1}{2}}}$

/3 **1.b** $f'(5)=\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{\frac{1}{x}-\frac{1}{5}}{x-5}=\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{\frac{5-x}{5x}}{x-5}=\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{-(x-5)}{5x\cdot(x-5)}=\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{-1}{5x}=\underline{\underline{\dfrac{-1}{25}}}$

/4 **1.c** $f'(-1)=\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{5x^2-6x+13-(5+6+13)}{x+1}=\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{5x^2-6x-11}{x+1}=\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{(5x-11)\cdot(x+1)}{x+1}=-5-11\underline{\underline{=-16}}$

/4 **1.d** $f'(2)=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^4-2^4}{x-2}=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{(x^2-2^2)\cdot(x^2+2^2)}{x-2}=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{(x-2)\cdot(x+2)\cdot(x^2+2^2)}{x-2}=(2+2)\cdot(2^2+2^2)\underline{\underline{=32}}$

Autre :
1.d $f'(2)=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^4-2^4}{x-2}=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{(x-2)\cdot(x^3+2x^2+2^2\cdot x+2^3)}{x-2}=2^3+2\cdot 2^2+2^2\cdot 2+2^3\underline{\underline{=32}}$

(14 points) 25 minutes

---

2. La fonction réelle f est donnée par : $f(x)=\dfrac{(3x^2-5x+7)\cdot(2x+5)}{(x+4)\cdot(2x+5)}$.

2.1 Dom(f) = $\mathbb{R}\setminus\{-4\,;-2{,}5\}$

2.2 Déterminez toutes les valeurs de x en lesquelles la fonction f est discontinue.
La fonction f est discontinue en $x=-4$ et $x=-2{,}5$.

2.3 Déterminez, en les justifiant, toutes les asymptotes et tous les points vides de la fonction *f*.

Dom(f) = $\mathbb{R}\setminus\{-4;2{,}5\}$ Comme $x\neq-2{,}5$, la fonction f peut s'écrire $f(x)=\dfrac{(3x^2-5x+7)}{(x+4)}$.

Asymptotes verticales ou points vides :

$\lim\limits_{x\to-4^{\pm}}\left|\dfrac{(3x^2-5x+7)\cdot\cancel{(2x+5)}}{(x+4)\cdot\cancel{(2x+5)}}\right|=\left|\dfrac{(48+20+7)}{0^{\pm}}\right|=\infty$ donc AV : $x=-4$

$\lim\limits_{x\to-2{,}5^{\pm}}\left|\dfrac{(3x^2-5x+7)\cdot\cancel{(2x+5)}}{(x+4)\cdot\cancel{(2x+5)}}\right|=\left|\dfrac{(18{,}75+12{,}50+7)}{(1{,}5)}\right|=|25{,}5|$ donc point vide $\langle-2{,}5\,;\,25{,}5\rangle$

$f(x)=\dfrac{(3x^2-5x+7)}{(x+4)}=3x-17+\dfrac{75}{x+4}$ par division polynomiale et l'on a :

$\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left[f(x)-(3x-17)\right]=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left[3x-17+\dfrac{75}{x+4}-3x+17\right]=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left[\dfrac{75}{x+4}\right]=0$ donc AO : $y=3x-17$

(12 points) 20 minutes

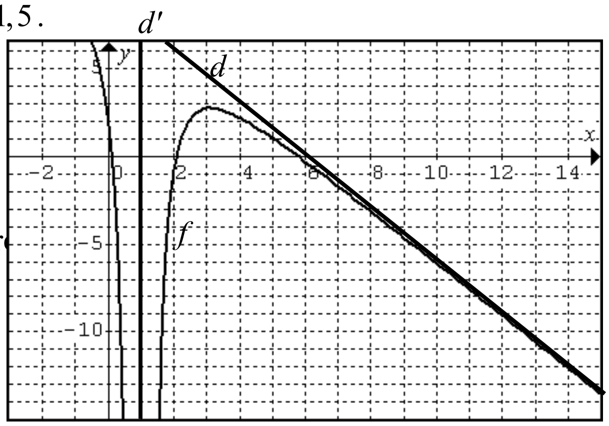
---

3. Asymptotes d'une fonction.

/4 **3.1** Equation de d' : $x=1$. Pente de d égale $-\dfrac{3}{2}=-1{,}5$.

Ordonnée à l'origine : $0=-1{,}5\cdot 6+b\ \Rightarrow\ b=9$.
Equation de d : $y=-1{,}5\cdot x+9$

/2 **3.2** Graphique :

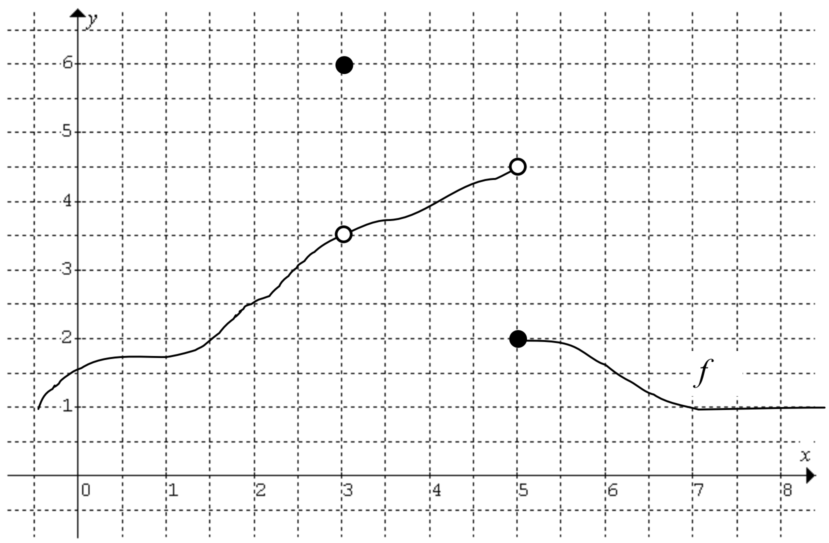


/3 **3.3** **Asymptote verticale** $x=0{,}5$: on peut faire apparaîtr
$2x-1$ dans un dénominateur de l'expression.
Asymptote oblique $y=-2\cdot x+10$:
il faut ajouter un terme qui tend vers 0 lorsque $x\to\infty$.
En regroupant les deux conditions :

$f(x)=-2x+10+\dfrac{1}{2x-1}$ convient ; infinité de possibilités.

(9 points) 15 minutes

4. Graphiquement de la fonction f, satisfaisant les conditions imposées :



1 point par condition remplie.

(6 points) 12 minutes

/2 **5.1** L'affirmation est **vraie**.

$\lim\limits_{x \to 0,5} \left| f(x) \right| = \infty$, donc $x = 0,5$ est l'équation d'une asymptote verticale.

$\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{1}{2x-1} = 0$, donc $y = -2x + 10$ est l'équation d'une asymptote oblique.

/2 **5.2** L'affirmation est **fausse**.

Il suffit de dessiner une fonction qui possède une asymptote oblique ou horizontale et qui croise la fonction.

(4 points) 10 minutes

---

6. Bonus

On sait que $\lim\limits_{x \to 7} \dfrac{f(x)-9}{x-7}$ est un nombre. Comme le dénominateur tend vers 0 lorsque x tends vers 7, c'est une limite du genre $\dfrac{0}{0}$ et donc le numérateur tend aussi vers 0.

Donc $\lim\limits_{x \to 7} f(x) - 9 = 0$, donc $\lim\limits_{x \to 7} f(x) \underline{\underline{= 9}}$

(2 points de bonus)

Barème :

1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6
0..5	6..11	12..16	17..22	23..27	28..31	32..35	36..39	40..43	44..47

Comment rendre l'égalité suivante correcte ? **8 = 14913**