

NOM : Durée : 95 minutes 47 points

- *) Indiquez pour chaque problème les **détails** de son développement. **Justifiez** vos réponses.
- *) Simplifiez les résultats au maximum.
- *) Mettez le signe "≈" quand l'égalité n'est pas exacte.
- *) **Ecrivez votre nom** sur chaque feuille !

Matériel personnel : Calculatrice autorisée par le Collège et livre : "Formulaires et tables" CRM

2 points sont attribués pour une présentation et une notation correctes.

1. Déterminez par un calcul de limite la dérivée en a des fonctions réelles suivantes :

- | | |
|--|--|
| a) $f(x) = \sqrt{x}$, pour $a = 1$; | b) $f(x) = \frac{1}{x}$, pour $a = 5$; |
| c) $f(x) = 5x^2 - 6x + 13$, pour $a = -1$; | d) $f(x) = x^4$, pour $a = 2$; |

(14 points)

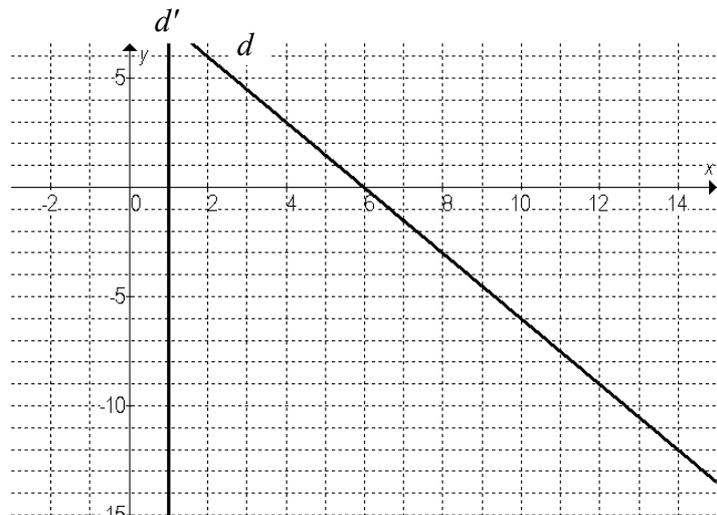
2. La fonction réelle f est donnée par : $f(x) = \frac{(3x^2 - 5x + 7) \cdot (2x + 5)}{(x + 4) \cdot (2x + 5)}$.

- 2.1 Déterminez le domaine de définition de la fonction f .
- 2.2 Déterminez toutes les valeurs de x en lesquelles la fonction f est discontinue.
- 2.3 Déterminez, en les justifiant, toutes les asymptotes et tous les points vides de la fonction f .

(12 points)

3. Asymptotes d'une fonction.

- 3.1 Quelles sont les équations des droites d et d' représentées sur le graphique ci-contre ?
- 3.2 Esquissez le graphique d'une fonction f ayant les droites d et d' comme asymptotes.
- 3.3 Proposez, sous forme algébrique, une fonction g ayant la droite d comme asymptote oblique et la droite d' comme asymptote verticale.
Si vous n'avez pas les équations des droites d et d' , prenez les équations suivantes :
 $d : y = -2x + 10$ et $d' : x = 0,5$.



(9 points)

Tournez la feuille...

4. Esquissez graphiquement une fonction f , qui satisfait les conditions suivantes :
- sur le graphique, l'axe des abscisse contient l'intervalle $[0 ; 8]$;
 - $\text{Dom}(f) = \mathbb{R}$;
 - elle est discontinue en $x = 3$ et en $x = 5$;
 - $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 3,5$;
 - $\lim_{x \rightarrow 5} f(x)$ n'existe pas.

(6 points)

5. Vrai - Faux - Pourquoi ?

Ces affirmations sont-elles vraies ou fausses ?

Justifiez vos réponses à l'aide d'explications, de graphiques, de calculs ...

- 5.1 La fonction définie par : $f(x) = -2x + 10 + \frac{1}{2x-1}$ admet une asymptote verticale d'équation $x = 0,5$ et une asymptote oblique d'équation $y = -2x + 10$.

- 5.2 Une fonction ne peut pas croiser une de ses asymptote.

(4 points)

6. Bonus.

Calculez $\lim_{x \rightarrow 7} f(x)$, sachant que $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{f(x)-9}{x-7} = 13$.

(2 points de bonus)

Enoncé à rendre à la fin de l'épreuve