

NOM : ..... Durée : 95 minutes

- \*) Indiquez pour chaque problème les **détails** de son développement. **Justifiez** vos réponses.
- \*) Simplifiez les résultats au maximum.
- \*) Mettez le signe "≈" quand l'égalité n'est pas exacte.

*Matériel personnel : Calculatrice autorisée par le Collège et livre : "Formulaires et tables" CRM*

1.1 Considérons la fonction réelle définie par  $f(x) = \frac{\cos(x)-1}{x^2}$ ,  $x$  en radians !

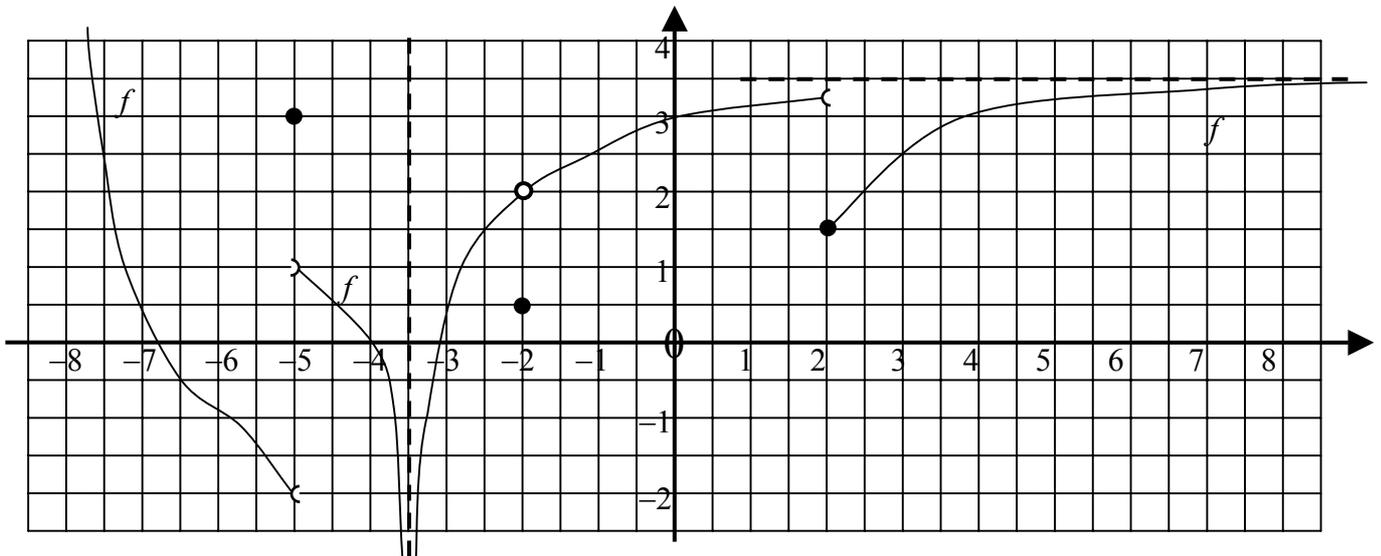
En utilisant votre calculatrice, estimez la valeur de :  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ .

1.2 Considérons la fonction réelle définie par  $g(x) = \left(1 + \frac{\ln(3)}{x}\right)^x$

En utilisant votre calculatrice, estimez la valeur de :  $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x)$ .

(4 points)

2. Voici le graphique d'une fonction réelle  $f$  de domaine :  $\text{Dom}(f) = \mathbb{R}$ .



A partir du graphique, déterminez les expressions suivantes :

- |  |                                     |                                     |                                       |
|--|-------------------------------------|-------------------------------------|---------------------------------------|
| a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ | b) $\lim_{x \rightarrow -5^-} f(x)$ | c) $\lim_{x \rightarrow -5^+} f(x)$ | d) $\lim_{x \rightarrow -3,5} f(x)$   |
| e) $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$      | f) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$    | g) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$    | h) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ |

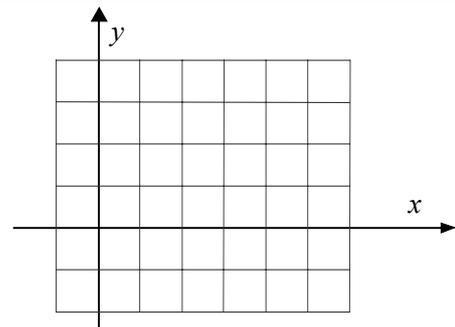
(10 points)

3. Sur le graphique suivant, dessinez une fonction  $f$  satisfaisant les conditions ci-dessous :

$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 3$  ;  $f(2) = 0$  ;  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 1$  ;

$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 4$  ;  $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$  n'existe pas et

$\text{Dom}(f) = ]-1 ; 6[$



(6 points)

4. Vrai - Faux - Pourquoi ?

"Si  $f(2) = 7$ , alors  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 7$ ".

Cette affirmation est-elle vraie ou fausse ? Justifiez votre réponse !

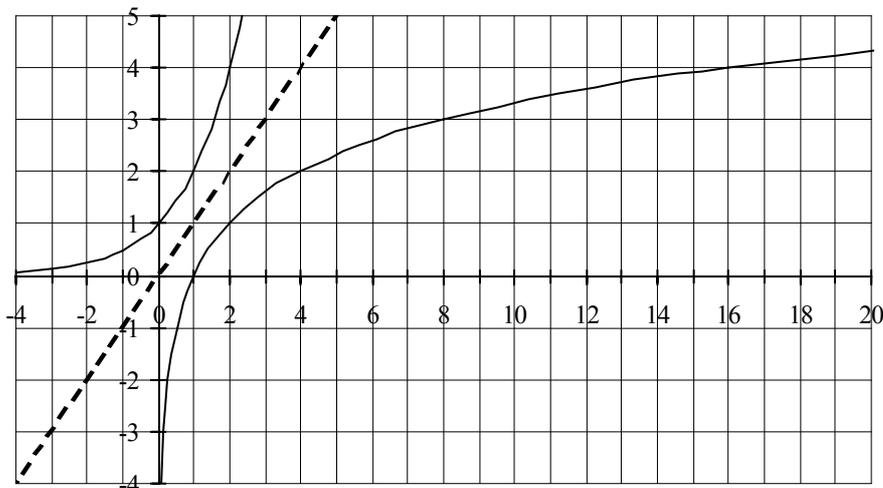
(4 points)

5. Calculez les limites suivantes. Justifiez vos réponses par les calculs. Des explications sont nécessaires lorsqu'elles ne sont pas immédiates.

1. $\lim_{x \rightarrow 10} \sqrt{x} + x^3$	2. $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{10}{(x-7)^2}$	3. $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{10}{x-7}$	4. $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{x^2 - 8x + 7}{x^2 - 49}$
5. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{2x^3 - 5x^2 - 28x + 15}{x^2 - 25}$	6. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{10}{10^3 - x}$	7. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (7-2x) \cdot (x+3)$	8. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{15x^4 - 9x^2 + 10}{7x^3 + x}$
9. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{7x^3 + 1}{1 - 2x^3}$	10. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{x^2+x+1}}{x^2}$	11. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x-5}{\sqrt{x^2+25}}$	12. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x-5}{\sqrt{x^2+25}}$

(30 points)

6. Une de ces courbes représente le logarithme en une base  $a$ .  
Laquelle ? Quelle est la base  $a$  ? Justifiez vos réponses.



(1 point + 3 points de bonus)