❶ Calculez les limites suivantes. Justifiez vos réponses.

A = $\lim\limits_{x\to -\infty} (x^3 + 1'000)$	B = $\lim\limits_{x\to \infty} \left(\dfrac{5}{x} - x\right)$	C = $\lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{5}{x} - x\right)$	D = $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{x}{x^2-9}$
E = $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{2x^2-11x+9}{(x-1)^2}$	F = $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{2x^2-11x+9}{x^2-1}$	G = $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{3x^3-x^2-x-1}{x-1}$	H= $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{3x^3-x^2-x-1}{2x^2-x-1}$
I = $\lim\limits_{x\to \infty} \dfrac{x^2-3x+1}{x^4-1}$	J = $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{-7x^3+1}{1-2x^3}$	K = $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{4x^3-2x^2+1}{2x^2-x+3}$	L = $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{5x^4+9x^7}{12x^8-1}$
M = $\lim\limits_{x\to 5} \dfrac{x^2-9}{(5-x)\cdot(x+3)}$	N = $\lim\limits_{x\to -3} \dfrac{x^2-9}{(5-x)\cdot(x+3)}$	O = $\lim\limits_{x\to \infty} \dfrac{\sqrt{169x^{10}+13x^6+1}}{x^5+20}$	P = $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{\sqrt{169x^{10}+13x^6+1}}{x^5+20}$
Q = $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{(a+h)^2-a^2}{h}$	R = $\lim\limits_{x\to a} \dfrac{x^2-a^2}{x-a}$	S = $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{(a+h)^3-a^3}{h}$	T = $\lim\limits_{x\to a} \dfrac{x^3-a^3}{x-a}$
U = $\lim\limits_{x\to a} \dfrac{\frac{1}{x}-\frac{1}{a}}{x-a}$	V = $\lim\limits_{x\to a} \dfrac{\frac{1}{x^2}-\frac{1}{a^2}}{x-a}$	W = $\lim\limits_{x\to a} \dfrac{\frac{1}{x^3}-\frac{1}{a^3}}{x-a}$	X = $\lim\limits_{x\to a} \dfrac{\sqrt{x}-\sqrt{a}}{x-a}$

Les solutions sont données en fin de la page 2, sans explications.

---

❷ Problèmes faisant intervenir des limites :

a. Une tortue mathématicienne se réveille à midi, puis avance de $\frac{1}{2}$ km, puis de $\frac{1}{4}$ km, puis de $\frac{1}{8}$ km, puis de $\frac{1}{16}$ km, puis de $\frac{1}{32}$ km, etc.
Atteindra-t-elle une distance de 0,99 km ?
Atteindra-t-elle une distance de 1,00 km ?

b. Le lendemain, la tortue mathématicienne se réveille à midi, puis avance de $\frac{2}{3}$ km, puis de $\frac{2}{9}$ km, puis de $\frac{2}{27}$ km, puis de $\frac{2}{3^4}$ km, puis de $\frac{2}{3^5}$ km, etc.
Atteindra-t-elle une distance de 0,99 km ?
Atteindra-t-elle une distance de 1,00 km ?

❸ Supplément de calculs de limites. Calculez les limites suivantes et justifiez vos réponses.

A = $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{3x^3-10x^2+11x-4}{x-1}$	B = $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{3x^3-10x^2+11x-4}{(x-1)^2}$	C = $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{3x^3-10x^2+11x-4}{(x-1)^3}$	D = $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^3-10x^2+11x-4}{(x-1)^3}$
E = $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{3x^3-x^2-x-1}{x-1}$	F = $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{3x^3-x^2-x-1}{(x-1)^2}$	G = $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{3x^3-x^2-x-1}{(x-1)^3}$	H = $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{3x^3-x^2-x-1}{(x-1)^3}$
I = $\lim\limits_{h\to0}\dfrac{\frac{1}{(2+h)^2}-\frac{1}{4}}{h}$	J = $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{\frac{1}{x^2}-\frac{1}{4}}{x-2}$	K = $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{2x^2-11x+9}{x-1}$	L = $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{2x^2-11x+9}{(x-1)^2}$
M = $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{49x^6-2x^2+1}}{5x^3-x+3}$	N = $\lim\limits_{x\to5}\dfrac{x^2-8x+15}{x^2-2x-15}$	O = $\lim\limits_{x\to5}\dfrac{5x-8}{x^2-2x+7}$	P = $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(9x^3-5x\right)$
Q = $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{4x^3-2x^2+1}{2x^2-x+3}$	R = $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x-1}{\sqrt{x}-1}$	S = $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1-3x-x^2}{3x-1}$	T = $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^2-3x+1}{(x+1)\cdot(3x-1)}$

Solutions de l'exercice 1 de la page 1 :
A=$-\infty$; B=$-\infty$; C=D=E="n'existe pas" ; F=$-3{,}5$; G=6 ; H=2 ; I=0^+=0 ; J=3,5 ; K=$-\infty$; L=0^-=0 ; M="n'existe pas" ;
N=$-0{,}75$; O=13 ; P=-13 ; Q=R=$2a$; S=T=$3a^2$; U=$-\dfrac{1}{a^2}$; V=$-\dfrac{2}{a^3}$; W=$-\dfrac{3}{a^4}$; X=$\dfrac{1}{2\cdot\sqrt{a}}$.

Solutions de l'exercice 3, supplément de la page 2 :
A=0 ; B=-1 ; C="n'existe pas" ; D=3 ; E=6 ; F="n'existe pas" ; G=∞ ; H=3 ; I=J=$-0{,}25$; K=-7 ;
L="n'existe pas" ; M=$-1{,}4$; N=0,25 ; O=$\dfrac{17}{22}$; P=Q=$-\infty$; R=2 ; S=∞ ; T=$\dfrac{1}{3}$.
