❶ $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ et $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

$x \mapsto \sqrt{2-x}$ $\qquad$ $x \mapsto -x^2+3x-2$

a) On cherche x tel que $2 - x \geq 0$, donc $2 \geq x$. Dom (f) = $]-\infty\ ; 2]$

b) L'ordonnée à l'origine de la fonction f : $f(0) = \sqrt{2} \approx 1{,}414213$

c) L'image de 1,75 par $f = f(1{,}75) = \sqrt{2-1{,}75} = \sqrt{0{,}25} = 0{,}5$

d) $f(1{,}25) = \sqrt{2-1{,}25} = \sqrt{0{,}75} = \sqrt{3 \cdot 0{,}25} = 0{,}5 \cdot \sqrt{3} \approx 0{,}866025$

e) Les zéros de la fonction g satisfont : $-x^2+3x-2=0$

En multipliant par -1, on obtient une expression plus simple à factoriser : $x^2-3x+2=0$.

Factorisation : $x^2-3x+2=(x-2)\cdot(x-1)=0$

Donc l'ensemble des zéros de g est : { 1 ; 2}.

On aurait pu résoudre $-x^2+3x-2=0$ par Viète : $a = -1$; $b = 3$; $c = -2$.

$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c = 9 - 4\cdot(-1)\cdot(-2) = 9 - 8 = 1$

Solutions : $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-3 \pm 1}{-2} = \begin{cases} 1 \\ 2 \end{cases}$. On obtient les même réponses qu'avec la factorisation.

f) Les préimages de 0,25 par g sont caractérisées par : $-x^2+3x-2=0{,}25$

Donc : $0 = 2{,}25 - 3x + x^2$. Par Viète : $a = 1$; $b = -3$; $c = 2{,}25$.

$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c = 9 - 4\cdot1\cdot2{,}25 = 9 - 9 = 0$. Il n'y a donc qu'une seule solution qui est :

$x = \dfrac{-b}{2a} = \dfrac{3}{2} = 1{,}5$

g) Les préimages de 2 par g sont caractérisées par : $-x^2+3x-2=2$

Donc : $0 = 4 - 3x + x^2$. Par Viète : $a = 1$; $b = -3$; $c = 4$.

$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c = 9 - 4\cdot1\cdot4 = 9 - 16 = -7 < 0$. Il n'y a donc aucune solution.

---

❷ La fonction "valeur absolue" est définie par : $|x| = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ -x & \text{si } x < 0 \end{cases}$

$|\,7\,| = 7$; $|\,-7\,| = 7$; $|\,0\,| = 0$; $|\,17 - 29\,| = |\,-12\,| = 12$

---

❸ Si α est la mesure en **degrés** d'un angle et x la mesure en **radians** du même angle,

alors une simple règle de trois donne : $x = \dfrac{\pi}{180°} \cdot \alpha$ et $\alpha = \dfrac{180°}{\pi} \cdot x$.

Conversion de degrés en radians :

0°	30°	45°	60°	90°	120°	180°	360°
0	$\dfrac{\pi}{6}$	$\dfrac{\pi}{4}$	$\dfrac{\pi}{3}$	$\dfrac{\pi}{2}$	$\dfrac{2\pi}{3}$	π	2π

❸ suite

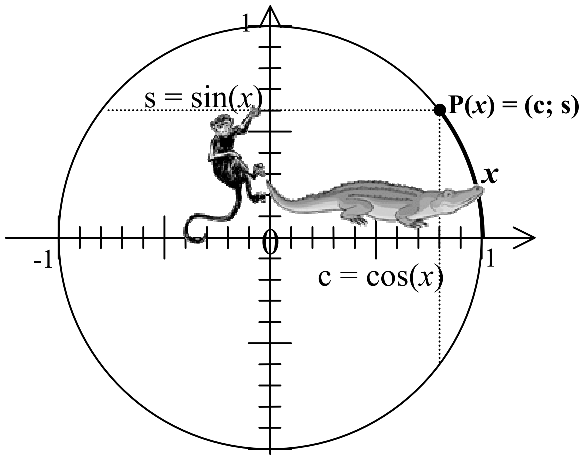
$0°$: $\sin(0) = \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\sqrt{0}}{2} = 0$ Remarquez la régularité des chiffres sous la racine !

$30°$: $\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{1}}{2} = \frac{1}{2}$

$45°$: $\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$60°$: $\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$90°$: $\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = \cos(0) = \frac{\sqrt{4}}{2} = 1$



Plus généralement :

$\sin(x) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$ et $\cos(x) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$

Rappelez-vous que : $\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$,
qui est une conséquence du théorème de Pythagore.

Truc mnémotechnique :
s = le **singe** qui grimpe
c = le **crocodile** qui rampe

$\sin(\pi) = \sin(2\pi) = 0$; $\cos(\pi) = -1$; $\cos(2\pi) = 1$

---

❹ 4.1

$\exp_{10}(3) = 10^3 = 1'000$; $\exp_{10}(-2) = 10^{-2} = 0,01$;

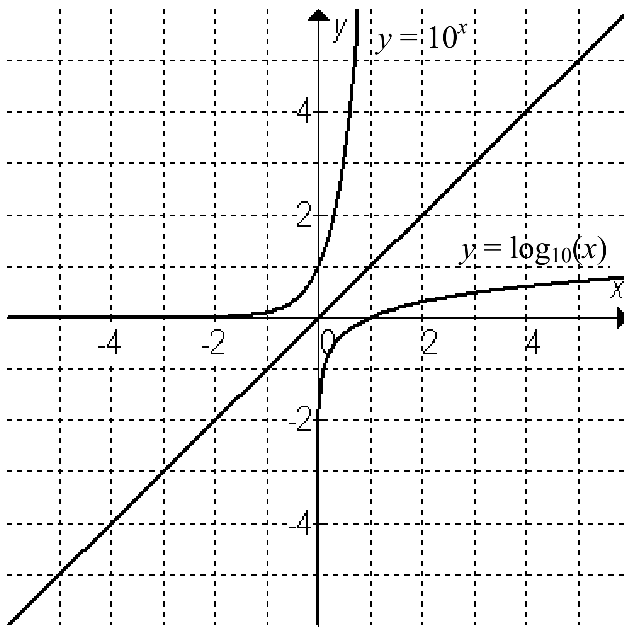
$\exp_{10}(0,5) = 10^{\frac{1}{2}} = \sqrt{10}$

$\log_{10}(10) = 1$; $\log_{10}(100) = 2$; $\log_{10}(0,1) = -1$;

$\log_{10}(\sqrt{10}) = 0,5$

4.2 Les fonctions $\log_{10}$ et $\exp_{10}$
sont réciproques l'une de l'autre :

$\boxed{\exp_{10}(x) = 10^x = y \iff x = \log_{10}(y) \ ;\ x \in \mathbb{R} \text{ et } y \in \mathbb{R}_+^*}$



4.3 Dom ($\log_{10}$) = $\mathbb{R}_+^*$ Dom ($\exp_{10}$) = $\mathbb{R}$

4.4 $\log_{10}(x) = 0 \Rightarrow$ Zéros ($\log_{10}$) = $\{1\}$
$\exp_{10}(x) = 10^x = 0 \Rightarrow$ Zéros ($\exp_{10}$) = $\varnothing$

---

❺ 5.1 La fonction réciproque de la fonction : $\exp : \mathbb{R} \to \mathbb{R}_+^*$; $\exp(x) = e^x$ est la fonction logarithme naturel : $\boxed{\ln : \mathbb{R}_+^* \to \mathbb{R} \ ;\ \ln(y) = x \iff y = e^x}$ Remarque : $\ln = \log_e$

5.2 $e^0 = 1$; $e^1 \approx 2,718$; $e^5 \approx 148,413$; $e^{-1} \approx 0,368$; $e^{-5} \approx 0,007$

5.3 Si $f(x) = \frac{e^x - 1}{x}$, alors

$f(0,1) = 1,051709$; $f(0,01) = 1,0050167$; $f(0,001) = 1,000500167$; $f(0,0001) = 1,0000500017$.

Lorsque la préimage x tend vers 0, son image $f(x)$ tend vers 1 .