❶ La fonction sinus varie entre -1 et 1, donc sa valeur minimale est $a = -1$.

On a $\sin(3\cdot x) = 0 \Leftrightarrow 3x = k\cdot\pi,\ k \in \mathbb{Z},\ \Leftrightarrow\ x = \frac{1}{3}\cdot k\cdot\pi,\ k \in \mathbb{Z}$

Un zéro est pour $k = 0$, en $x = 0$, le suivant est pour $k = 1$, en $x = \frac{1}{3}\cdot\pi$ et le suivant est pour $k = 2$,

en $x = \frac{2}{3}\cdot\pi$ qui est donc la valeur de b. $b = \frac{2}{3}\cdot\pi$.

c est le troisième zéro de la fonction $\sin(3x)$ pour les valeurs négatives de x, donc il correspond à $k = -3$. $c = \frac{1}{3}\cdot(-3)\cdot\pi = -\pi$.

On a $\sin(3\cdot x) = 1 = \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) \Leftrightarrow 3x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$ ou $3x = \pi - \frac{\pi}{2} + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z},\ \Leftrightarrow$

$x = \frac{\pi}{6} + \frac{2}{3}\cdot k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.

Le premier maximum d'abscisse positive est pour $k = 0$ en $x = \frac{\pi}{6}$.

Le deuxième maximum d'abscisse positive correspond à d, pour $k = 1$, $d = \frac{\pi}{6} + \frac{2}{3}\cdot\pi = \frac{5}{6}\cdot\pi$.

---

❷ ***Les figures***.

Première figure : $\frac{1}{\sin(47° - 39°)} = \frac{z}{\sin(90° - 47°)}$, donc $z = \frac{\sin(43°)}{\sin(8°)}\cdot 1 \approx 4,90036$

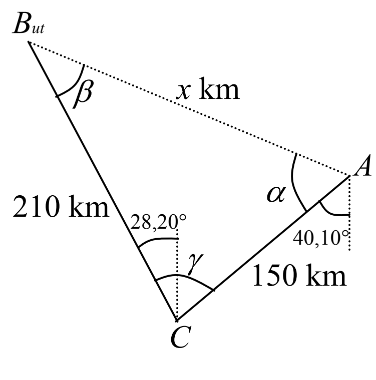
$x = z\cdot\sin(39°) \approx \underline{\underline{3,0839}}$ et $y = z\cdot\cos(39°) \approx \underline{\underline{3,8083}}$.

Deuxième figure : $\frac{z}{\sin(27°)} = \frac{1,2}{\sin(41° - 27°)}$, donc $z = \frac{\sin(27°)}{\sin(14°)}\cdot 1,2 \approx 2,251919$

$x = z\cdot\cos(41°) \approx \underline{\underline{1,6995}}$ et $y = z\cdot\sin(41°) \approx \underline{\underline{1,47739}}$.

---

❸ Un schéma montre clairement le triangle à considérer.



Il permet de voir que $\gamma = 28,20° + 40,10° = 68,30°$

Le théorème du cosinus permet de trouver la longueur x.

$x^2 = 150^2 + 210^2 - 2\cdot 150\cdot 210\cdot\cos(68,30°) \approx 43'306\ [\mathrm{m}^2]$

$x = \sqrt{43'306} \approx 208,1\ [\mathrm{km}]$

La distance séparant les points A et B est environ de 208,1 [km]

L'angle α peut se calculer avec le théorème du sinus ou du cosinus.

$\frac{208,1}{\sin(68,30°)} \approx \frac{210}{\sin(\alpha)}$, donc $\alpha \approx \arcsin\left(\sin(68,30°)\cdot\frac{210}{208,1}\right) \approx 69,65°$

Le triangle ABC est presque isocèle.

L'angle entre la verticale et le segment $[AB]$ est environ de $180° - 40,10° - 69,65° = 70,25°$.

La direction de AB forme un angle de 70,25° avec le Nord, dans la direction Nord-Ouest.

---

❹ Résolvez les équations trigonométriques suivantes.

4.1 $\sin(2x) = -\frac{\sqrt{2}}{2} = \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)$, donc $2x = -\frac{\pi}{4} + 2k\pi$ ou $2x = \pi - \left(-\frac{\pi}{4}\right) + 2k\pi = \frac{5\pi}{4} + 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

Donc $x = -\frac{\pi}{8} + k\pi$ ou $x = \frac{5\pi}{8} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

Il y a 4 solutions dans [0 ; 2π [, deux pour $k = 0$, deux pour $k = 1$.

4.2 $\cos(5x) = -\frac{1}{2} = \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)$, donc $5x = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi$ ou $5x = -\frac{2\pi}{3} + 2k\pi$ avec $k \in \mathbb{Z}$.

Donc $x = \frac{2\pi}{15} + \frac{2}{5}k\pi$ ou $x = -\frac{2\pi}{15} + \frac{2}{5}k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

Il y a 10 solutions dans [0 ; 2π [, deux pour chaque valeur de k allant de 0 à 4.

4.3 $\tan(3x) = \sqrt{3} = \tan\left(\frac{\pi}{3}\right)$, donc $3x = \frac{\pi}{3} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

Donc $x = \frac{\pi}{9} + \frac{1}{3}k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

Il y a 6 solutions dans [0 ; 2π [, une pour chaque valeur de k allant de 0 à 5.

4.4 $\sin(2x) = 3$

Il n'y a aucune solution, car la fonction sinus n'est jamais plus grande que 1.

4.5 $\sin(2x) = -\sin(x) = \sin(-x)$

Donc $2x = -x + 2k\pi$ ou $2x = \pi - (-x) + 2k\pi = \pi + x + 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

Donc $3x = 2k\pi$ ou $x = \pi + 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

Donc $x = \frac{2}{3}k\pi$ ou $x = \pi + 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

Il y a 4 solutions dans [0 ; 2π [, qui sont : 0 ; $\frac{2}{3}\pi$; $\frac{4}{3}\pi$ et π.

4.6 $\sin(5x) = \sin(2x)$

Donc $5x = 2x + 2k\pi$ ou $5x = \pi - 2x + 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

Donc $3x = 2k\pi$ ou $7x = \pi + 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

Donc $x = \frac{2}{3}k\pi$ ou $x = \frac{\pi}{7} + \frac{2}{7}k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

Il y a 3 + 7 = 10 solutions dans [0 ; 2π [, trois pour la première égalité et 7 pour la seconde.