1.1 $\cos(x)=\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)$. Selon la théorie, soit $x=\frac{2\pi}{3}+2k\pi$, soit $x=-\frac{2\pi}{3}+2k\pi$ avec $k\in\mathbb{Z}$.

1.2 $\cos(x)=-\frac{1}{2}$. Il faut remarquer que $-\frac{1}{2}=\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)$ et donc que c'est l'équation 1.1.

1.3 $\sin(x)=0=\sin(0)$. Donc soit $x=0+2k\pi$, soit $x=\pi-0+2k\pi$ avec $k\in\mathbb{Z}$.
Ces deux ensembles de solutions se résument en un seul : $x=k\pi,\ k\in\mathbb{Z}$.

1.4 $\tan(x)=\frac{\sqrt{3}}{3}=\tan\left(\frac{\pi}{6}\right)$, donc $x=\frac{\pi}{6}+k\pi,\ k\in\mathbb{Z}$

1.5 $\tan(x)=-1=\tan\left(-\frac{\pi}{4}\right)$, donc $x=-\frac{\pi}{4}+k\pi,\ k\in\mathbb{Z}$

1.6 $\cos(x)=-1=\cos(\pi)$, donc soit $x=\pi+2k\pi$, soit $x=-\pi+2k\pi$ avec $k\in\mathbb{Z}$.
Il faut remarquer que ces deux ensembles de solutions sont identiques, donc la solution simplifiée est : $x=\pi+2k\pi$ avec $k\in\mathbb{Z}$.

1.7 $\tan(x)=-\sqrt{3}=\tan\left(-\frac{\pi}{3}\right)$, donc $x=-\frac{\pi}{3}+k\pi,\ k\in\mathbb{Z}$.

2.1 $\sin(2x)=\frac{1}{2}=\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)$, donc $2x=\frac{\pi}{6}+2k\pi$ ou $2x=\pi-\frac{\pi}{6}+2k\pi=\frac{5\pi}{6}+2k\pi$ avec $k\in\mathbb{Z}$.

Donc $x=\frac{\pi}{12}+k\pi$ ou $x=\frac{5\pi}{12}+k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

Il y a 4 solutions dans [0 ; 2π [, deux pour $k=0$, deux pour $k=1$.

2.2 $\cos(3x)=\frac{\sqrt{2}}{2}=\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)$, donc $3x=\frac{\pi}{4}+2k\pi$ ou $3x=-\frac{\pi}{4}+2k\pi$ avec $k\in\mathbb{Z}$.

Donc $x=\frac{\pi}{12}+\frac{2}{3}k\pi$ ou $x=-\frac{\pi}{12}+\frac{2}{3}k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

Il y a 6 solutions dans [0 ; 2π [, deux pour $k=0$, deux pour $k=1$, deux pour $k=2$.

2.3 $\tan(2x)=1=\tan\left(\frac{\pi}{4}\right)$, donc $2x=\frac{\pi}{4}+k\pi$, donc $x=\frac{\pi}{8}+\frac{1}{2}k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

Il y a 4 solutions dans [0 ; 2π [, pour k allant de 0 à 3.

2.4 $\sin(4x)=0=\sin(0)$, donc $4x=2k\pi$ ou $4x=\pi+2k\pi$, abrégé en $4x=k\pi$ avec $k\in\mathbb{Z}$.

Donc $x=\frac{1}{4}k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$. Il y a 8 solutions dans [0 ; 2π [, pour k allant de 0 à 7.

2.5 $4x+\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{6}+2k\pi$ ou $4x+\frac{\pi}{3}=-\frac{\pi}{6}+2k\pi$, avec $k\in\mathbb{Z}$.

Donc $4x=\frac{\pi}{6}-\frac{\pi}{3}+2k\pi=-\frac{\pi}{6}+2k\pi$ ou $4x=-\frac{\pi}{6}-\frac{\pi}{3}+2k\pi=-\frac{\pi}{2}+2k\pi$,

donc $x=-\frac{\pi}{24}+\frac{1}{2}k\pi$ ou $x=-\frac{\pi}{8}+\frac{1}{2}k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

Il y a 8 solutions dans [0 ; 2π [, deux pour $k=0$, $k=1$, $k=2$, $k=3$.

2.6 $6x+\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{12}+2k\pi$ ou $6x+\frac{\pi}{3}=\pi-\frac{\pi}{12}+2k\pi=\frac{11\pi}{12}+2k\pi$, avec $k\in\mathbb{Z}$.

Donc $6x=\frac{\pi}{12}-\frac{\pi}{3}+2k\pi=-\frac{3\pi}{12}+2k\pi=-\frac{\pi}{4}+2k\pi$ ou $6x=\frac{11\pi}{12}-\frac{\pi}{3}+2k\pi=\frac{7\pi}{12}+2k\pi$,

donc $x=-\frac{\pi}{24}+\frac{1}{3}k\pi$ ou $x=\frac{7\pi}{72}+\frac{1}{3}k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$. ($72=6\cdot 12$)

Il y a 12 solutions dans [0 ; 2π [, deux pour $k=0$, $k=1$, $k=2$, $k=3$, $k=4$, $k=5$.

3.1) $\sin(2x) = \sin(x) \Leftrightarrow 2x = x + 2k\pi$, ou $2x = \pi - x + 2k\pi$, avec $k \in \mathbb{Z}$.

Donc $x = 2k\pi$, ou $3x = \pi + 2k\pi$

Donc $x = 2k\pi$, ou $x = \frac{\pi}{3} + \frac{2}{3}k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

3.2) $\cos(3x) = \cos(2x) \Leftrightarrow 3x = 2x + 2k\pi$, ou $3x = -2x + 2k\pi \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = 2k\pi$, ou $5x = 2k\pi$, avec $k \in \mathbb{Z}$.

Donc $x = 2k\pi$, ou $x = 2k\pi / 5$, $k \in \mathbb{Z}$.

3.3) $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos(x) \Leftrightarrow \frac{\pi}{2} - x = x + 2k\pi$ ou $\frac{\pi}{2} - x = -x + 2k\pi$

$\Leftrightarrow \frac{\pi}{2} = 2x + 2k\pi$ ou $\frac{\pi}{2} = 2k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$. L'égalité $\frac{\pi}{2} = 2k\pi$ est impossible !

3.4) $\sin(x) = \cos(x)$ C'est exactement la même équation qu'en **3.3**, car $\sin(x) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$,

donc avec les mêmes solutions.

3.5) $\tan(x) = \sin(x) \Leftrightarrow \frac{\sin(x)}{\cos(x)} = \sin(x) \Leftrightarrow \frac{\sin(x)}{\cos(x)} - \sin(x) = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \sin(x)\cdot\left(\frac{1}{\cos(x)} - 1\right) = 0 \Leftrightarrow \cos(x) = 1$ ou $\sin(x) = 0 \Leftrightarrow x = k\cdot\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

Donc $x = k \cdot \pi$, $k \in \mathbb{Z}$.