Il faut connaître les valeurs des fonctions trigonométriques en 0° ; 30° ; 45° ; 60° et 90° !

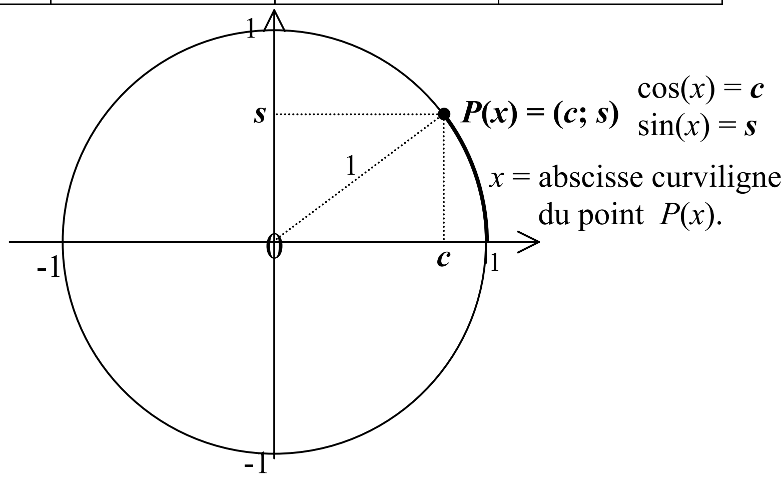
α en *degrés*	0°	30°	45°	60°	90°
x en *radians*	0	π/6	π/4	π/3	π/2
$\sin(x)$	$\frac{\sqrt{0}}{2}=0$	$\frac{\sqrt{1}}{2}=\frac{1}{2}=0,5$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{4}}{2}=1$
$\cos(x)$	$\frac{\sqrt{4}}{2}=1$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{1}}{2}=\frac{1}{2}=0,5$	$\frac{\sqrt{0}}{2}=0$
$\tan(x)$	$\frac{0}{1}=0$	$\frac{1/2}{\sqrt{3}/2}=\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\frac{\sqrt{2}/2}{\sqrt{2}/2}=1$	$\frac{\sqrt{3}/2}{1/2}=\sqrt{3}$	$\frac{1}{0}$: pas défini

Il faut également se rappeler des définitions :

$\cos(x)$ = la <u>première coordonnée</u> du point $P(x)$ sur le cercle trigonométrique, d'abscisse curviligne x.

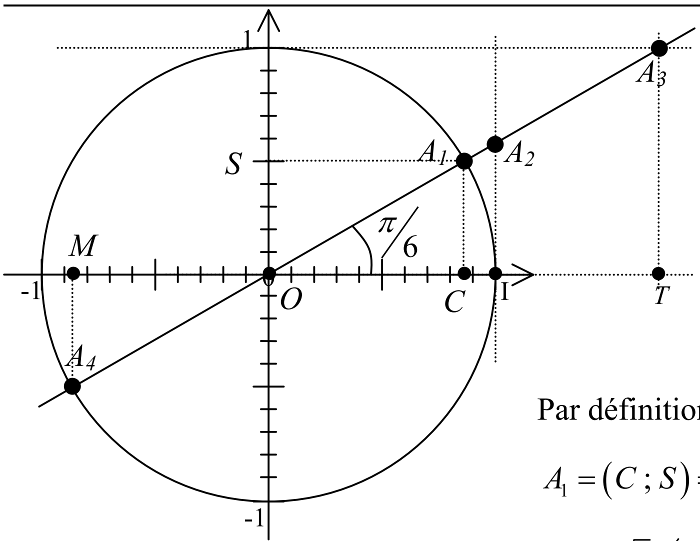
$\sin(x)$ = la <u>deuxième coordonnée</u> du point $P(x)$ sur le cercle trigonométrique, d'abscisse curviligne x.

$$\tan(x)=\frac{\sin(x)}{\cos(x)}$$



---

❶



Explication du choix de l'appellation des points.
O, comme origine.
C, comme cosinus.
S, comme sinus.
I, comme 1.
T, comme tangente.
M, comme moins.

Mais beaucoup d'autres appellations sont possibles.

Par définition du sinus et du cosinus :

$$A_1=(C\,;S)=\left(\cos\left(\frac{\pi}{6}\right);\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)\right)=\left(\frac{\sqrt{3}}{2};\frac{1}{2}\right)$$

Pour A_2 : $A_2=(1\,;\mathrm{I}A_2)$. Montrons que $\mathrm{I}A_2=\sqrt{3}/3$

Les triangles OCA_1 et OIA_2 sont semblables, car ils sont rectangle et ont l'angle $\pi/6$ en commun.

Donc en appliquant le théorème de Thalès on a : $\frac{\mathrm{I}A_2}{1}=\frac{CA_1}{OC}=\frac{\sin(\pi/6)}{\cos(\pi/6)}=\tan\left(\frac{\pi}{6}\right)=\frac{\sqrt{3}}{3}\approx 0,577$

Pour A_3 : $A_3=(OT\,;1)$. Montrons que $OT=\sqrt{3}$

Les triangles OCA_1 et OTA_3 sont semblables, car ils sont rectangle et ont l'angle $\pi/6$ en commun.

Donc en appliquant le théorème de Thalès on a : $\frac{OA_3}{1}=\frac{OC}{CA_1}=\frac{\cos(\pi/6)}{\sin(\pi/6)}=\frac{1}{\tan(\pi/6)}=\frac{3}{\sqrt{3}}=\sqrt{3}\approx 1,73$

Pour A_4 : $A_4=-A_1=\left(-\sqrt{3}/2\,;-1/2\right)$

❶ suite. Cette exercice se résout de la même manière.

Selon l'énoncé, $A = \left(\frac{1}{2}\,;y\right)$. On sait que $\left(\frac{1}{2}\right)^2 + y^2 = 1$, donc $y = \pm\sqrt{1-\frac{1}{4}} = \pm\sqrt{\frac{3}{4}} = \pm\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{4}} = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Selon l'énoncé y est négatif, donc : $A = \left(\frac{1}{2}\,;-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

$B = -A = \left(-\frac{1}{2}\,;\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

$C = (x\,;1)$. En utilisant deux triangles semblables et le théorème de Thalès, on obtient :

$\frac{x}{1} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{-1/2}{\sqrt{3}/2} = -\frac{1}{\sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$. Donc $C = \left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\,;1\right)$.

Si on note x l'abscisse curviligne de A, alors l'abscisse curviligne de D est $x + \pi/2$.

Puisque : $A = (\cos(x)\,;\sin(x)) = \left(\frac{1}{2}\,;-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, on a : $\cos(x) = 1/2$; $\sin(x) = -\sqrt{3}/2$.

Donc $D = \left(\cos\left(x+\pi/2\right);\sin\left(x+\pi/2\right)\right) = \left(-\sin(x)\,;\cos(x)\right) = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\,;\frac{1}{2}\right)$.

propriétés de la page 9 du cours.

$E = -D = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\,;-\frac{1}{2}\right)$.

$F = (1\,;y)$. En utilisant deux triangles semblables et le théorème de Thalès, on obtient :

$\frac{y}{1} = \frac{D_2}{D_1} = \frac{1/2}{\sqrt{3}/2} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$. Donc $F = \left(1\,;\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$.

---

❷ Cet exercice se résout avec exactement les mêmes principes que ceux utilisés dans l'exercice 1.
Il faut connaître les définitions des fonctions trigonométriques et utiliser le théorème de Thalès.

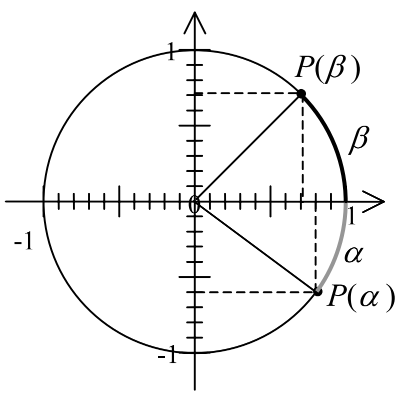
$C = \left(\cos\left(\frac{\pi}{3}\right);\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)\right) = \left(\frac{1}{2};\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$; $E = \left(\cos\left(\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{2}\right);\sin\left(\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{2}\right)\right) = \left(-\sin\left(\frac{\pi}{3}\right);\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)\right) = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2};\frac{1}{2}\right)$

Par thalès : $A = \left(1\,;\sqrt{3}\right)$; $B = \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\,;1\right)$; $D = \left(1\,;-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$; $F = \left(-\sqrt{3}\,;1\right)$.

---

❸ a) Les coordonnées du point $P(\alpha)$ d'abscisse curviligne α sont : (0,8 ; −0,6)

b) Les coordonnées du point $P(\beta)$ d'abscisse curviligne β sont : $\left(\frac{\sqrt{2}}{2};\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$



❹ Il faut connaître les valeurs des fonctions trigonométriques en 0°, 30°, 45°, 60° et 90° !
Il faut aussi savoir ramener les angles dans le premier cadran.
Il existe de nombreuses autres manières d'arriver à ces résultats.

$$A = \sin\left(-\frac{7\pi}{6}\right) = \sin\left(-\pi - \frac{\pi}{6}\right) = -\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$$

$$B = \tan(225°) = \tan(180° + 45°) = \tan(45°) = 1$$

$$C = \cos\left(-\frac{3\pi}{4}\right) = \cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) = \cos\left(\pi - \frac{\pi}{4}\right) = -\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$D = \cos(240°) = \cos(180° + 60°) = -\cos(60°) = -\frac{1}{2}$$

$$E = \tan\left(\frac{5\pi}{3}\right) = \tan\left(\frac{6\pi}{3} - \frac{\pi}{3}\right) = \tan\left(2\pi - \frac{\pi}{3}\right) = \tan\left(-\frac{\pi}{3}\right) = -\tan\left(\frac{\pi}{3}\right) = -\sqrt{3}$$

$$F = \sin(330°) = \sin(360° - 30°) = \sin(-30°) = -\sin(30°) = -\frac{1}{2}$$

$$G = \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) = \sin\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$H = \sin\left(\frac{7\pi}{3}\right) = \sin\left(\frac{6\pi}{3} + \frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(2\pi + \frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Une manière plus systématique pour obtenir ces résultats est de se ramener dans le premier ou quatrième quadrant en additionnant ou soustrayant π à l'angle tout en changeant le signe de la nouvelle expression de manière adéquate. Si on se trouve dans le quatrième quadrant, on change le signe de l'angle, pour se ramener dans le premier quadrant, en changeant le signe de la nouvelle expression correctement le signe de l'expression.
On utilise :

$$\cos(x \pm \pi) = -\cos(x) \quad ; \quad \sin(x \pm \pi) = -\sin(x) \quad ; \quad \tan(x \pm \pi) = \tan(x)$$

$$\cos(-x) = \cos(x) \quad ; \quad \sin(-x) = -\sin(x) \quad ; \quad \tan(-x) = -\tan(x)$$

<u>Exemples :</u>

$$A = \sin\left(-\frac{7\pi}{6}\right) = -\sin\left(-\frac{7\pi}{6} + \pi\right) = -\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) = --\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$$

$$B = \tan(225°) = \tan(225° - 180°) = \tan(45°) = 1$$

$$C = \cos\left(-\frac{3\pi}{4}\right) = -\cos\left(-\frac{3\pi}{4} + \pi\right) = -\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$D = \cos(240°) = -\cos(240° - 180°) = -\cos(60°) = -\frac{1}{2}$$

$$E = \tan\left(\frac{5\pi}{3}\right) = \tan\left(\frac{5\pi}{3} - \pi\right) = \tan\left(\frac{2\pi}{3}\right) = \tan\left(\frac{2\pi}{3} - \pi\right) = \tan\left(-\frac{\pi}{3}\right) = -\tan\left(\frac{\pi}{3}\right) = -\sqrt{3}$$

$$F = \sin(330°) = -\sin(330° - 180°) = -\sin(150°) = --\sin(150° - 180°) = \sin(-30°) = -\sin(30°) = -\frac{1}{2}$$

$$G = \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) = -\sin\left(\frac{2\pi}{3} - \pi\right) = -\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) = --\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$H = \sin\left(\frac{7\pi}{3}\right) = -\sin\left(\frac{7\pi}{3} - \pi\right) = -\sin\left(\frac{4\pi}{3}\right) = --\sin\left(\frac{4\pi}{3} - \pi\right) = \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

❺ Il faut savoir ramener les angles dans le premier cadran.

$A = \sin\left(-\frac{\pi}{2}-\alpha\right) = \sin\left(-\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)\right) = -\sin\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right) = -\cos(\alpha)$

$B = \cos(5\pi-\alpha) = \cos(\pi-\alpha) = -\cos(\alpha)$

$C = \tan(3\pi+\alpha) = \tan(\pi+\alpha) = \tan(\alpha)$

$D = \sin(-\alpha+\pi) = -\sin(-\alpha) = -(-\sin(\alpha)) = \sin(\alpha)$

$E = \tan\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right) = \tan\left(\pi+\frac{\pi}{2}-\alpha\right) = \tan\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right) = \frac{1}{\tan(\alpha)}$

$F = \cos(\pi+\alpha) = -\cos(\alpha)$