❶ Droite définie par : $\langle x\,;y\rangle = \langle 1\,;-2\rangle + \lambda\cdot\langle 1\,;3\rangle \quad \lambda\in\mathbb{R}$

a) $A=\langle\, 2\,;1\,\rangle$ appartient à la droite, cas où $\lambda = 1$.

$B=\langle\, 3\,;2\,\rangle$ n'appartient pas à la droite, car $3 = 1 + 2\cdot 1$ ($\lambda = 2$) et $2 \neq 1 + 2\cdot 3$.

$C=\langle\, 1+\pi\,;-2+3\pi\,\rangle$ appartient à la droite, cas où $\lambda = \pi$.

b) $\langle\, 1;-2\,\rangle$ ; $\langle\, 0;-5\,\rangle$ ; $\langle\, 11;28\,\rangle$ et $\langle\, 1+10\pi\,;-2+30\pi\,\rangle$ sont des points de la droite.

c) (1 ; 3) est un vecteur directeur de la droite, (2 ; 6) en est un autre.

❷ Dans $\mathbb{R}^2$ on considère les points : $A=\langle\, -3\,;2\,\rangle$ ; $B=\langle\, -5\,;7\,\rangle$ et $C=\langle\, -7\,;12\,\rangle$.

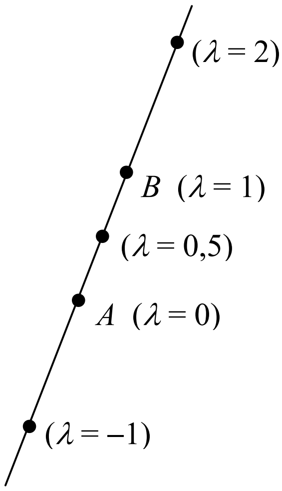
a) Un vecteur directeur de la droite passant par $A$ et $B$ est : $\overrightarrow{AB}=\langle -5\,;7\rangle-\langle -3\,;2\rangle=\langle -2\,;5\rangle$

b) Une équation paramétrique de cette droite est : $\langle x\,;y\rangle=\langle -3\,;2\rangle+\lambda\cdot\langle -2\,;5\rangle \quad \lambda\in\mathbb{R}$

c) $\langle -7\,;12\rangle=\langle -3\,;2\rangle+2\cdot\langle -2\,;5\rangle$ $(\lambda=2)$ , donc $C$ est sur la droite.

❸ a) Un vecteur directeur est : $\vec{d}=\overrightarrow{AB}=\langle b_x\,;b_y\rangle-\langle a_x\,;a_y\rangle=\langle b_x-a_x\,;b_y-a_y\rangle$

b) Une équation paramétrique de la droite passant par $A$ et $B$ est :
$\langle x\,;y\rangle=\langle a_x\,;a_y\rangle+\lambda\cdot\langle b_x-a_x\,;b_y-a_y\rangle \quad \lambda\in\mathbb{R}$ .




c) Examinez les points correspondants aux valeurs suivantes de $\lambda$,
pour l'équation paramétrique : $\langle x\,;y\rangle=\langle a_x\,;a_y\rangle+\lambda\cdot\langle b_x-a_x\,;b_y-a_y\rangle \quad \lambda\in\mathbb{R}$

Le point correspondant à $\lambda = 0$ est : $A=\langle a_x\,;a_y\rangle$

Le point correspondant à $\lambda = 1$ est : $B=\langle b_x\,;b_y\rangle$

Le point correspondant à $\lambda = 0{,}5$ est : le milieu de $[AB]$ = $\left\langle \dfrac{a_x+b_x}{2}\,;\dfrac{a_y+b_y}{2}\right\rangle$

Le point correspondant à $\lambda = -1$ est : le symétrique de $B$ par $A$ = $\langle 2a_x-b_x\,;2a_y-b_y\rangle$

Le point correspondant à $\lambda = 2$ est : le symétrique de $A$ par $B$ = $\langle 2b_x-a_x\,;2b_y-a_y\rangle$

❹ $A=\langle\, 1;2\,\rangle$ ; $B=\langle\, 0;3\,\rangle$ et $C=\langle\, 5;-2\,\rangle$

Les points $A$, $B$ et $C$ sont-ils alignés si les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont parallèle et donc multiple l'un de l'autre. $\overrightarrow{AB}=\langle 0\,;3\rangle-\langle 1\,;2\rangle=\langle -1\,;1\rangle$ ; $\overrightarrow{AC}=\langle 5\,;-2\rangle-\langle 1\,;2\rangle=\langle 4\,;-4\rangle=-4\cdot\overrightarrow{AB}$, donc ces trois points sont alignés.

❺ a) Droite définie dans l'exercice ❶ : $\langle x\,;y\rangle=\langle 1\,;-2\rangle+\lambda\cdot\langle 1\,;3\rangle \quad \lambda\in\mathbb{R}$

$x=1+\lambda$ ; $y=-2+3\lambda$, donc $\lambda=x-1=\dfrac{y+2}{3}$, donc $3x-3=y+2$.

L'équation cartésienne est : $3x-y=5$, que l'on peut écrire : $y=3x-5$ (droite affine).

b) Droite définie dans l'exercice ❷ : $\langle x\,;y\rangle=\langle -3\,;2\rangle+\lambda\cdot\langle -2\,;5\rangle \quad \lambda\in\mathbb{R}$

$x=-3-2\lambda$ ; $y=2+5\lambda$, donc $\lambda=\dfrac{-x-3}{2}=\dfrac{y-2}{5}$, donc $-5x-15=2y-4$.

L'équation cartésienne est : $5x+2y=-11$, que l'on peut écrire : $y=\dfrac{-5x-11}{2}$ (droite affine).