Les propriétés encadrée en page 3 du cours sont indispensable ici.

❶ Soient A, B, C, D, E et F des points quelconques du plan. Complétez, si possible :

a) $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DB}=\overrightarrow{AB}$

b) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CF}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CF}=\overrightarrow{AF}$

c) $\overrightarrow{DF}+\overrightarrow{FB}=\overrightarrow{DB}$

d) $\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$

e) $\overrightarrow{AA}+\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AB}$

f) $\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AD}$

g) $\overrightarrow{BF}+\overrightarrow{DF}=$ on ne peut pas compléter. On le pourrait si les lettes D et F étaient inversées.

h) $\overrightarrow{CD}-\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DB}=\overrightarrow{CB}$

i) $\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{DF}-\overrightarrow{BF}=\overrightarrow{BF}-\overrightarrow{BF}=\overrightarrow{BF}+\overrightarrow{FB}=\overrightarrow{BB}=\vec{0}$

j) $\overrightarrow{ED}-\overrightarrow{BD}-\overrightarrow{BE}=\overrightarrow{ED}+\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{EB}=\overrightarrow{EB}+\overrightarrow{EB}=2\cdot\overrightarrow{EB}$

❷ $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}\quad\Leftrightarrow$

$\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DB}\quad\Leftrightarrow$

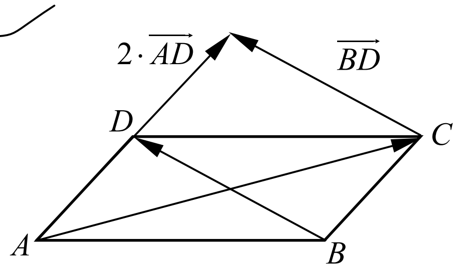
$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AB}$, donc l'égalité de la première ligne est vraie.

❸ Puisque $ABCD$ est un parallélogramme, les segments orientés $[AB]$ et $[DC]$ sont parallèles, donc de même direction et ils sont de même sens et de même longueur. Ils représentent donc le même vecteur, c'est-à-dire : $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$. La même remarque s'applique à : $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$.

❹ Puisque $ABCD$ est un parallélogramme, l'exercice ❸ indique que : $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$.

De l'exercice ❷ on a :

$\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AD}=2\cdot\overrightarrow{AD}$ CQFD.



❺ Par définition du milieu M d'un segment $[AB]$, la longueur AM égale la longueur BM.
De plus les segments orientés $[AM]$, $[MB]$ et $[AB]$, ont même direction et même sens.
Donc $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{MB}$.
Puisque $2\cdot\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{MB}=\overrightarrow{AB}$, on a $\overrightarrow{AM}=0,5\cdot\overrightarrow{AB}$.

❻ $\overrightarrow{IJ}=\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CJ}=0,5\cdot\overrightarrow{AB}+0,5\cdot\overrightarrow{BC}+0,5\cdot\overrightarrow{BC}+0,5\cdot\overrightarrow{CA}$

$=0,5\cdot\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}\right)+0,5\cdot\overrightarrow{BC}=0,5\cdot\overrightarrow{AA}+0,5\cdot\overrightarrow{BC}=0,5\cdot\overrightarrow{BC}$ CQFD