

NOM : Durée : 95 minutes 55 points

- *) Indiquez pour chaque problème les **détails** de son développement. **Justifiez** votre réponse.
- *) Quand c'est possible, donnez des résultats exacts.
- *) Simplifiez les résultats au maximum.
- *) Ecrivez votre nom sur chaque feuille que vous me rendez.

Matériel personnel : Calculatrice autorisée par le Collège et livre : "Formulaires et tables" CRM

2 points sont attribués pour une présentation et une notation correctes.

1. Les expressions suivantes définissent-elles des polynômes ?

Si oui, donnez leur degré ! Si non, justifiez pourquoi !

- | | |
|---------------------------------------|---|
| a) $P_1(x) = 5x^6 + 3x^4 - 8$ | b) $P_2(x) = (2x+1)^2 - 4x \cdot (x+1)$ |
| c) $P_3(x) = \pi^4 \cdot x^3 + \pi^2$ | d) $P_4(x) = x^4 - 5x^3 + 6x^2$ |
| e) $P_5(x) = P_1(x) \cdot P_4(x)$ | f) $P_6(x) = \frac{P_1(x)}{P_4(x)}$ |

(9 points) 10 minutes

2. Déterminez l'ensemble des zéros du polynôme : $P(x) = 2x^4 + 9x^3 - 9x^2 - 18x + 10$.

Indication : le numérateur d'une des racine rationnelle de ce polynôme vaut 1.

(10 points) 15 minutes

3. Donnez la factorisation complète des polynômes suivants :

- a) $P_1(x) = x^3 + 6x^2 + 11x + 6$
- b) $P_2(x) = 15x^3 - 2x^2 + 2x - 1$
- c) $P_3(x) = x^4 + x^3 - x^2 - 4x - 2$ Indication : ce polynôme est divisible par $x^2 - x - 1$.

(16 points) 20 minutes

Tournez la page ...

4. Résoudre les équations suivantes dans \mathbb{R} :

a) $\frac{x-7}{x-4} = 3$

c) $\frac{1}{x^2+x} + \frac{x}{x-1} = 1 + \frac{2}{x^2-1}$

b) $\frac{6x-17}{2x-4} = 3$

(10 points) 20 minutes

5. Vrai ou faux ? Justifiez...

- a) Deux polynômes de degré 4, qui ont 4 racines identiques, sont égaux ;
- b) Il n'existe qu'un seul polynôme de degré 3 satisfaisant :
L'ensemble de ses zéros est $\{-2 ; 1 ; 3\}$ et son ordonnée à l'origine égale 24.
- c) Il existe un polynôme de degré 4 qui n'a aucune racine réelle.
- d) Si a est une racine du polynôme $P(x)$, alors $(x+a)$ divise $P(x)$.

(8 points) 20 minutes
