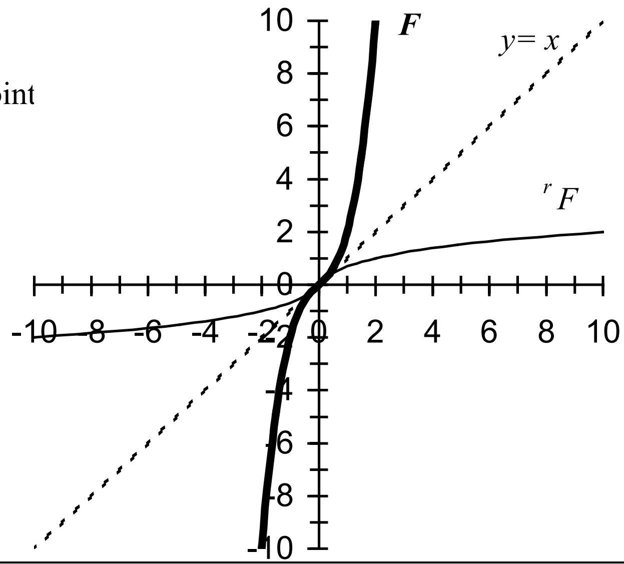
❶ a) Cette fonction est bijective. Chaque élément de B possède exactement une préimage.
b) Cette fonction n'est pas bijective. Certain éléments de B ne possède pas de préimage, d'autre en possède deux. Il faut restreindre l'ensemble A et l'ensemble B, soit à la partie croissance de la courbe, soit à la partie décroissante.
c) Cette fonction n'est même pas une application. En restreignant l'ensemble A à la partie croissante de la courbe, elle devient bijective.
d) Cette fonction n'est pas bijective, car des éléments de B possèdent plusieurs préimage. En restreignant l'ensemble A à la dernière partie croissante de la courbe, elle devient bijective.
e) Cette fonction est bijective. Chaque élément de B possède exactement une préimage.
f) Cette fonction n'est pas bijective, car des éléments de B possèdent plusieurs préimage. En restreignant l'ensemble A à la dernière partie croissante de la courbe, elle devient bijective.

$F_3 : x \mapsto \dfrac{1}{2x-6}$ définie de $\mathbb{R} \setminus \{3\}$ dans $\mathbb{R} \setminus \{0\}$

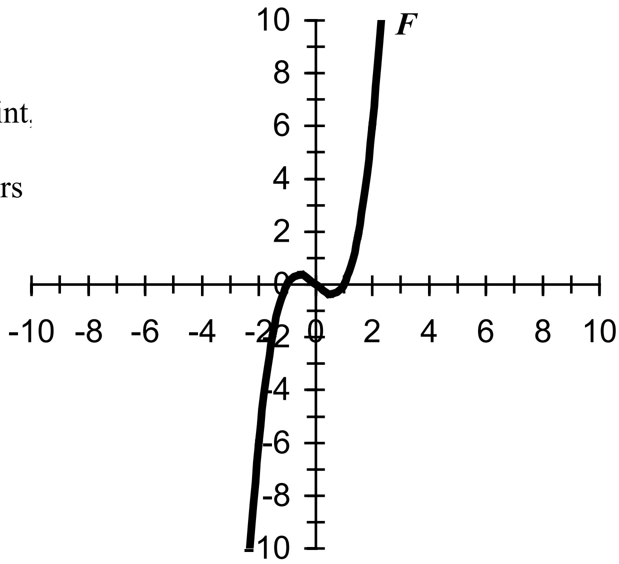
---

❷ $F(x) = x^3 + x$, définies de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$.
Chaque verticale croise la courbe en exactement un point donc F représente une application.
Chaque horizontale croise la courbe en exactement un point, donc F représente une bijection.
L'application réciproque est difficile à calculer algébriquement, mais est facile à dessiner. Il suffit de dessiner la symétrie d'axe $y = x$ de la courbe représentative de la fonction.



---

❸ $F(x) = x^3 - x$, définies de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$.
Chaque verticale croise la courbe en exactement un point, donc F représente une application.
Il y a des horizontales qui croisent la courbe en plusieurs points, donc F n'est pas bijective.
Cette application ne possède donc pas d'application réciproque.



❹ a) $y = 2x + 1 \;\leftrightarrow\; y - 1 = 2x \;\leftrightarrow\; (y - 1) / 2 = x \;\leftrightarrow\; {}^{r}F(y) = (y - 1) / 2$. F est bijective.

b) $y = x^3 + 1 \;\leftrightarrow\; y - 1 = x^3 \;\leftrightarrow\; \sqrt[3]{y-1} = x \;\leftrightarrow\; {}^{r}G(y) = \sqrt[3]{y-1}$. G est bijective.

e) $y = \sqrt[3]{x-8} \;\leftrightarrow\; y^3 = x - 8 \;\leftrightarrow\; y^3 + 8 = x \;\leftrightarrow\; {}^{r}K(y) = y^3 + 8$. K est bijective.

---

❺ $F(x) = \dfrac{1}{x}$; $G(x) = \dfrac{x+1}{x-1}$.

$G \circ F\,(x) = G(F(x)) = G\left(\dfrac{1}{x}\right) = \dfrac{1/x+1}{1/x-1} = \dfrac{1+x}{1-x} = -\dfrac{x+1}{x-1} = -G(x)$. Si $x \neq 0$ et $x \neq 1$.

Dom($G \circ F$) = $\mathbb{R} \setminus \{0 ; 1\}$.

$F \circ G\,(x) = F(G(x)) = F\left(\dfrac{x+1}{x-1}\right) = \dfrac{1}{\dfrac{x+1}{x-1}} = \dfrac{x-1}{x+1}$. Si $x \neq -1$ et $x \neq 1$.

Dom($F \circ G$) = $\mathbb{R} \setminus \{-1 ; 1\}$.

$F \circ F\,(x) = F(F(x)) = F\left(\dfrac{1}{x}\right) = \dfrac{1}{\dfrac{1}{x}} = x$. Si $x \neq 0$. Dom($F \circ F$) = $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Conséquence, l'application F est bijective et égale à sa réciproque.

$G \circ G\,(x) = G(G(x)) = G\left(\dfrac{x+1}{x-1}\right) = \dfrac{\dfrac{x+1}{x-1}+1}{\dfrac{x+1}{x-1}-1} = \dfrac{\dfrac{x+1+x-1}{x-1}}{\dfrac{x+1-x+1}{x-1}} = \dfrac{2x}{2} = x$. Si $x \neq 1$.

Dom($G \circ G$) = $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Conséquence, l'application G est bijective et égale à sa réciproque.