❶ a) P_1 est un polynôme de degré 3. Ecriture standard : $P_1(x) = \frac{5}{\sqrt{5}} \cdot x^3 + 0 \cdot x^2 + \frac{3}{\sqrt{5}} \cdot x - 4$.

b) P_2 n'est pas un polynôme, car il ne peut pas s'écrire sous la forme standard.

c) P_3 est un polynôme de degré 4. Ecriture standard : $P_3(x) = 4x^4 + ... + 9$.

d) P_4 est un polynôme de degré 0. C'est un polynôme constant.

e) P_5 n'est pas un polynôme, car $x = 1$ ne fait pas partie du domaine de définition.

f) P_6 n'est pas un polynôme, car $x = -5$ ne fait pas partie du domaine de définition. Ceci malgré le faite que $P_6(x) = 1$ pour tout x différent de -5.

g) P_7 est un polynôme de degré 1. Développons pour avoir l'écriture standard : $P_7(x) = 10x$.

h) P_8 n'est pas un polynôme, car $x = 0$ ne fait pas partie du domaine de définition. Ceci malgré le faite que $P_8(x) = x^2 + 1$ pour tout x différent de 0.

---

❷ a) En développant, on trouve que : $P_1(x) = -2x^3 + 5x^2 - 2x + 5$, donc son degré égale 3.
On peut aussi remarquer que $P_1(x)$ est le produit de deux polynômes, l'un de degré 2, l'autre de degré 1, donc son degré égale la somme $1 + 2$.

b) En développant, on trouve que : $P_2(x) = 5x^2 - 2x + 5$, donc son degré égale 2. Les deux termes en x^3 s'annulent.

c) En développant, on trouve que : $P_3(x) = 16x^2 + 1$, donc son degré égale 2.

d) En développant, on trouve que : $P_4(x) = 16x$, donc son degré égale 1.

e) En développant, on trouve que : $P_5(x) = -x^2 + 2x + 1$, donc son degré égale 2. Les termes en x^3 s'annule.

f) En développant, on trouve que : $P_6(x) = 3x^2 - 2x - 1$, donc son degré égale 2. Les deux termes en x^3 s'annulent.

---

❸ $A(x) = -x^3 + 3x^2 + 7$ $\quad B(x) = -x^4 + 5x^2 + 2$ $\quad C(x) = x^2 + 4x + 4$

a) $D(x) = 3 \cdot A(x) - 2 \cdot B(x) + C(x) = -3x^3 + 9x^2 + 21 + 2x^4 - 10x^2 + 4 + x^2 - 4x + 4$

$D(x) = 2x^4 - 3x^3 + 4x + 21$

b) Le degré du polynôme $E = A \cdot B$ égale degré(A) + degré(B), qui vaut 3 + 4 = 7.

c) Le coefficient de x^3 du polynôme F égale 5 – (-1) = 6.

d) Le degré du polynôme G égale degré($B(x)$) + degré($A(x) + x \cdot C(x)$), qui vaut 4 + 2 = 6.

e) Le degré du polynôme H égale degré(B^3) qui égale 3 · degré(B), qui vaut 3 · 4 = 12.
Ceci, car degré(B^3) est supérieur à degré(C^4).

---

❹ a) Il existe une infinité de réponses à cette question.
Voici une réponse simple. $A(x) = x^3 + x^2$; $B(x) = x^3$.

b) Il existe une infinité de réponses à cette question. Voici une réponse simple. $C(x) = x^3$; $D(x) = x$.

---

❺ a) $P_1(2) = 3 \cdot 2^2 - 5 \cdot 2 + 7 = 12 - 10 + 7 = 9$, donc le nombre $x_0 = 2$ n'est pas une racine de P_1.

b) $P_2(2) = (2-1)^3 - 1 = 0$, donc le nombre $x_0 = 2$ est une racine de P_2.

c) $P_3(2) = 2^5 - 9 \cdot 2^2 + 4 = 32 - 36 + 4 = 0$, donc le nombre $x_0 = 2$ est une racine de P_3.

d) $P_4(2) = 5 \cdot \underbrace{(2-2)}_{=0} \cdot (...) = 0$, donc le nombre $x_0 = 2$ est une racine de P_4.

e) $P_5(2) = \underbrace{(2-2)}_{=0} \cdot Q(2) = 0$, donc le nombre $x_0 = 2$ est une racine de P_5.