Exercice 1 :

a) γ = l'angle inscrit correspondant à l'angle au centre de 80°, donc $\underline{\underline{\gamma = 40°}}$

$\alpha = \beta$ car il sont dans un triangle isocèle, et $\alpha + \beta + 80° = 180°$, donc $\underline{\underline{\alpha = \beta = 50°}}$

b) γ fait partie d'un triangle rectangle, car un des côtés correspond à un diamètre du cercle. Donc $\gamma + 30° = 90°$, donc $\underline{\underline{\gamma = 60°}}$. $\underline{\underline{\beta = \gamma = 60°}}$ car les angles β et γ interceptent le même arc de cercle.

c) $\alpha = \beta$ car il sont dans un triangle isocèle, et $\alpha + \beta + 110° = 180°$, donc $\underline{\underline{\alpha = \beta = 35°}}$

$\underline{\underline{\gamma = \alpha = 35°}}$ car les angles α et γ interceptent le même arc de cercle.

$\underline{\underline{\varepsilon = \beta + 25° = 60°}}$ car les angles ε et β+25° interceptent le même arc de cercle.

$\delta = 180° - \gamma - \varepsilon = 180° - 35° - 60° = \underline{\underline{\delta = 85°}}$ car les angles ε, γ et δ sont les angles d'un triangle.

Exercice 4 :

$\overline{AB} = 2 \cdot \overline{OA} = 10$

L'angle en C est de 90°, car AB est un diamètre du cercle.

L'angle en O est de 60°, car il correspond à l'angle inscrit α qui vaut 30°.

Les angles en B et en C du triangle OBC sont de même grandeur, car $OB = OC$ = rayon.

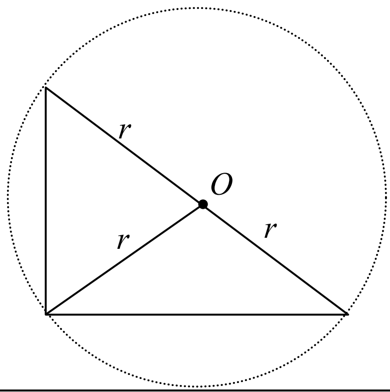
Donc le triangle OBC est équilatérale. Donc $\overline{BC} = \overline{OB} = 5$.

Comme le triangle est rectangle en C, $\overline{AC} = \sqrt{\overline{AB}^2 - \overline{BC}^2} = \sqrt{10^2 - 5^2} = 5 \cdot \sqrt{3}$

L'aire du triangle = $\frac{1}{2} \cdot \text{base} \cdot \text{hauteur} = \frac{1}{2} \cdot \overline{AC} \cdot \overline{BC} = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot \sqrt{3} \cdot 5 = \underline{\underline{\frac{25 \cdot \sqrt{3}}{2} \approx 21,65}}$

Exercice 3 :

Comme le triangle est rectangle, l'hypoténuse est un diamètre du cercle passant par les trois sommets du triangle. La médiane issue du sommet de l'angle droit est un rayon du cercle, donc vaut la moitié du diamètre, donc la moitié de l'hypoténuse. CQFD



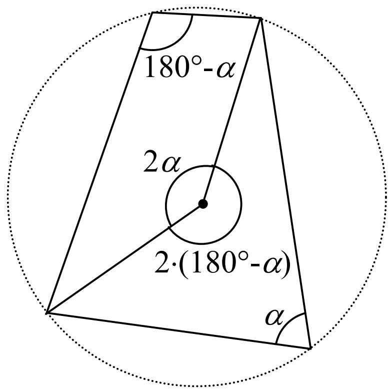
Exercice 5 :

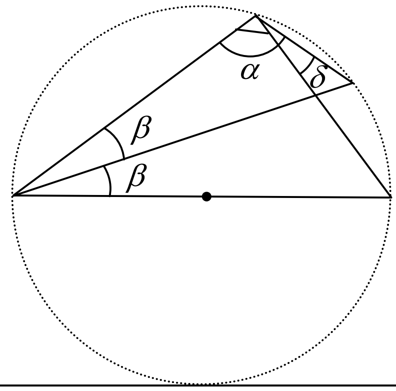
L'angle inscrit α correspond à l'angle au centre 2α.

L'angle $2\cdot(180° - \alpha)$ est opposé par le sommet à l'angle 2α, ce qui justifie sa valeur ($2\cdot(180° - \alpha) + 2\alpha = 360°$).

L'angle inscrit correspondant mesure donc $(180° - \alpha)$.

Conclusion les angles opposés du quadrilatère sont supplémentaires, c.-à-d. que leur somme vaut 180°. CQFD





Exercice 2 :

Le truc est de rajouter une droite pour former un triangle rectangle et de rajouter l'angle δ.

L'angle $\alpha - \delta = 90°$ car le triangle est rectangle. Il est rectangle car son hypoténuse est un diamètre du cercle circonscrit au triangle.

$\delta = \beta$ car ces deux angles interceptent le même arc de cercle.

Conséquence : $\alpha - \beta = 90°$. CQFD

Exercice 6:

Montrons que $ABD \sim ACE$, c.-à-d. que ces deux triangles sont semblables.

Les angles en A sont les mêmes pour les deux triangles car ils sont opposés par leur sommet.

L'angle en B = l'angle en C car ils interceptent le même arc de cercle.

L'angle en D = l'angle en E car ils interceptent le même arc de cercle.

Donc on peut appliquer le théorème de Thalès.

$\dfrac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \dfrac{\overline{AD}}{\overline{AE}}$ en faisant le produit en croix, on obtient : $\overline{AB} \cdot \overline{AE} = \overline{AD} \cdot \overline{AC}$ CQFD