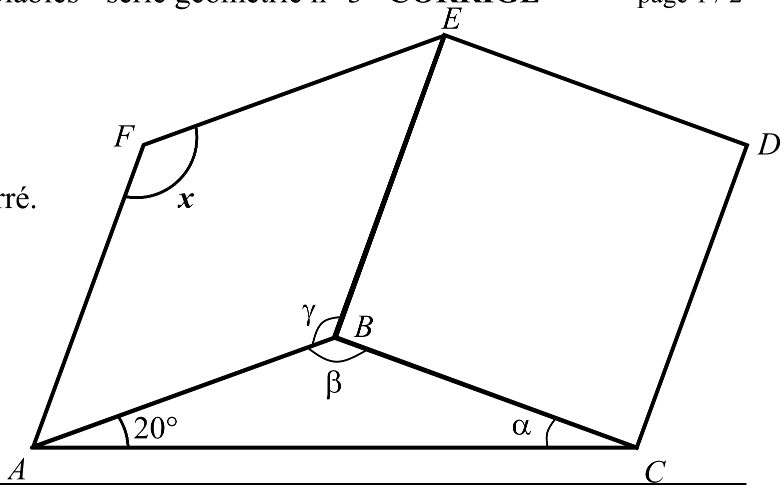
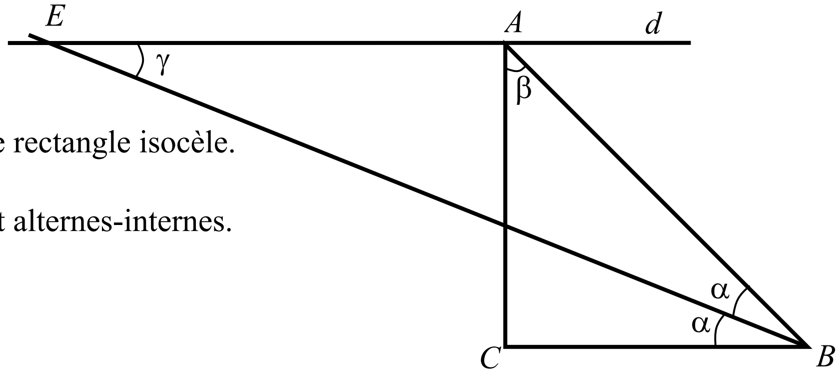
1) $AB = BE$, car $ABEF$ est un losange.
$BE = BC$, car $BCDE$ est un carré.
Donc $AB = BC$, donc $\alpha = 20°$.
Donc $\beta = 180° - 20° - \alpha = 140°$.
L'angle en B vaut 90°, car $BCDE$ est un carré.
Donc $\gamma = 360° - 140° - 90° = 130°$
$ABEF$ est un losange, donc
l'angle $\boldsymbol{x} = \gamma = 130°$.



---

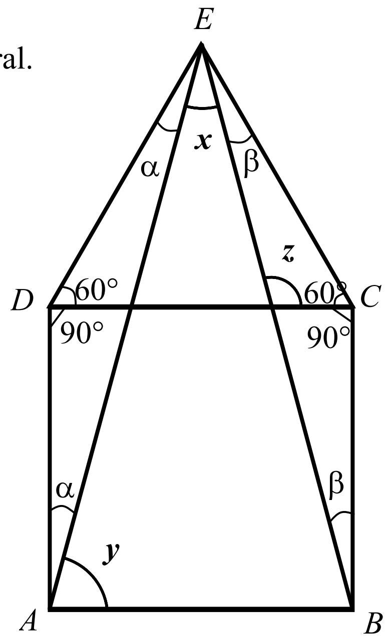
2)
Les deux angles α sont de même grandeur, car la droite (BE) est la bissectrice de l'angle en B.
$\beta = 2\alpha = 45°$, car ABC est un triangle rectangle isocèle.
Donc $\alpha = 22{,}5°$
L'angle $\gamma = \alpha$ car ces deux angles sont alternes-internes.
Donc le triangle ABE est isocèle.



---

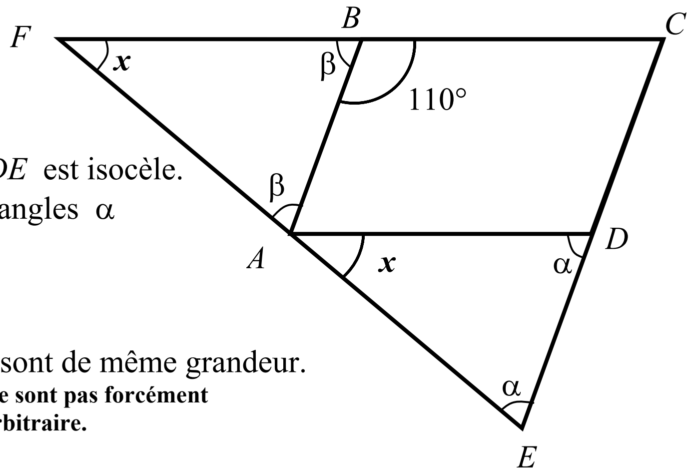
3)
Les angles en C, D et E valent 60° car CDE est un triangle équilatéral.
Les angles en A, B, C et D du carré valent 90°.
$AD = DC$ car $ABCD$ est un carré.
$DE = DC$ car CDE est un triangle équilatéral.
Donc $AD = DE$ et ADE est un triangle isocèle.
De la même manière, on montre que BCE est un triangle isocèle.
Les angles α du triangle isocèle ADE valent :
$\alpha = (180° - 90° - 60°) / 2 = 30° / 2 = 15°$.
De même, on a $\beta = (180° - 90° - 60°) / 2 = 15°$

On en déduit que :
$\boldsymbol{x} = 60° - 15° - 15° = 30°$
$\boldsymbol{y} = 90° - 15° = 75°$
$\boldsymbol{z} = 180° - 60° - \beta = 105°$



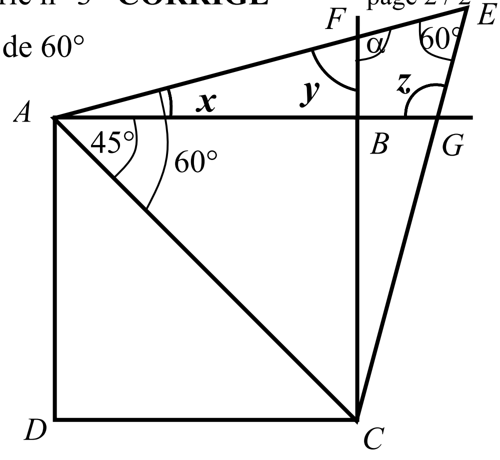
---

4)
L'angle $\boldsymbol{x}$ se retrouve au sommet F car ces angles sont correspondants.
Les deux angles α sont de même grandeur, car ADE est isocèle.
Les deux angles β sont de même grandeur que les angles α car ils sont correspondants.
$\alpha = \beta = 180° - 110° = 70°$
$\boldsymbol{x} = 180° - \alpha - \alpha = 180° - 140° = 40°$
Le triangle ABF est isocèle car deux de ses angles sont de même grandeur.
<u>Remarque</u>. Malgré les apparences, les triangles *ABF* et *EDA* ne sont pas forcément de mêmes dimensions. Cela dépend de la longueur *BC* qui est arbitraire.



5) *ACE* est un triangle équilatéral, donc il possède trois angles de 60°
(*AC*) est une diagonale du carré *ABCD*, donc une bissectrice d'un angle de 90°.
Donc $\boldsymbol{x} = 60° - 45° = 15°$.
ABF est un triangle rectangle, donc $\boldsymbol{y} = 90° - \boldsymbol{x} = 75°$.
$\alpha = 180° - \boldsymbol{y} = 105°$.
$\boldsymbol{z}$ est un angle du triangle AGE, donc : $\boldsymbol{z} = 180° - 60° - \boldsymbol{x} = 105°$.

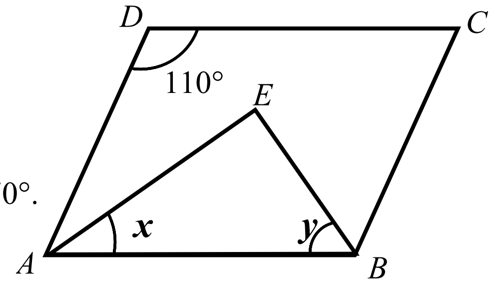
Oui, la droite (*DE*) est un axe de symétrie de la figure, car c'est une diagonale du carré *ABCD* et une hauteur de sommet *E* du triangle *ACE*.



---

6)
L'angle en *B* du parallélogramme *ABCD* vaut aussi 110°.
$\boldsymbol{y}$ étant une bissectrice de cet angle, on a : $\boldsymbol{y} = 110° / 2 = 55°$.

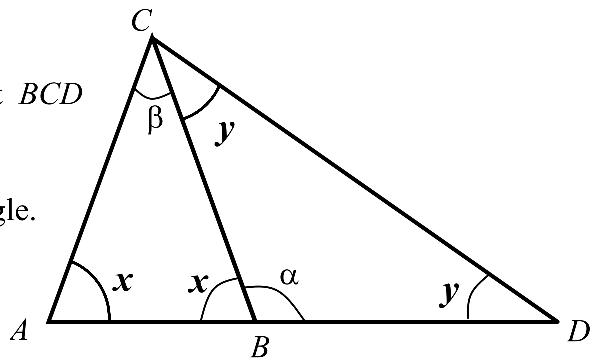
L'angle en *A* du parallélogramme *ABCD* vaut 180° - 110° = 70°.
$\boldsymbol{x}$ étant une bissectrice de cet angle, on a : $\boldsymbol{x} = 70° / 2 = 35°$.



On remarque que $\boldsymbol{x} + \boldsymbol{y}$ égale la moitié de la somme des angle en *D* et en *C* du parallélogramme *ABCD*.
Donc $\boldsymbol{x} + \boldsymbol{y} = 180° / 2 = 90°$, indépendamment de la valeur de l'angle en *D*.
Conclusion : Le triangle *ABE* est rectangle en *E* quel que soit l'angle en *D*.

---

7)
Les angles $\boldsymbol{x}$ et $\boldsymbol{y}$ se retrouvent dans les triangles *ABC* et *BCD* qui sont isocèles.
$\alpha = 180° - \boldsymbol{x}$ car l'angle $\alpha + \boldsymbol{x}$ est plat.
$\alpha = 180° - 2\,\boldsymbol{y}$ car $\alpha, \boldsymbol{y}$ et $\boldsymbol{y}$ sont les trois angles d'un triangle.
Donc $180° - \boldsymbol{x} = 180° - 2\,\boldsymbol{y}$.
Conclusion : $\boldsymbol{x} = 2\,\boldsymbol{y}$ et $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{x} / 2$.
Quand $\boldsymbol{x} = 70°$, on a $\boldsymbol{y} = 35°$.



Pour que (*CB*) soit la bissectrice de l'angle en *C*, il faut que $\beta = \boldsymbol{y}$.
$\beta = 180° - 2\,\boldsymbol{x} = 180° - 4\,\boldsymbol{y}$. Il faut donc que $\boldsymbol{y} = 180° - 4\,\boldsymbol{y}$, c.-à-d. que $5\,\boldsymbol{y} = 180°$.
Cela est satisfait si $\boldsymbol{y} = 36°$ et donc si $\boldsymbol{x} = 72°$.

---

8)
Les angles de 45° et 60° s'obtiennent en considérant que le triangle *ABC* est rectangle isocèle, et que le triangle *BCD* est équilatéral.
$\alpha = 45°$ car (*AD*) est parallèle à (*CE*) .
$\beta = 180° - 60° = 120°$.
$\gamma = 180° - 45° - 60° - \alpha = 30°$.
$\delta = 180° - \beta - \gamma = 30°$.
Donc le triangle *CDE* est isocèle de sommet *D*.
$\gamma + 60° = 90°$, donc le triangle *BCE* est rectangle en C.