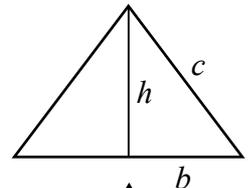


Exercice 1 :

- a) L'hypoténuse = $\sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10$ cm
 b) l'autre cathète mesure : $\sqrt{25^2 - 24^2} = \sqrt{625 - 576} = \sqrt{49} = 7$ cm
 c) Il est rectangle si $205^2 = 200^2 + 45^2$. Avec la calculatrice on vérifie que :
 $205^2 = 200^2 + 45^2 = 42'025$, donc le triangle est un triangle rectangle.
 d) Par Pythagore on calcule la longueur des deux côtés de même longueur.

$$h = 4 \text{ cm}, b = 3 \text{ cm}, c = \sqrt{b^2 + h^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ cm}$$

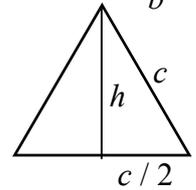
Donc le périmètre est de $6 + 5 + 5 = 16$ cm.



- e) La longueur du côté $c = p / 3$.

$$\text{La hauteur} = h = \sqrt{c^2 - (c/2)^2} = \sqrt{c^2 - \frac{c^2}{4}} = \sqrt{\frac{3}{4}c^2} = \sqrt{3} \cdot \frac{c}{2} = \sqrt{3} \cdot \frac{p}{6}$$

$$\text{Application numérique : } h = \sqrt{3} \cdot \frac{36}{6} = \sqrt{3} \cdot 6 \approx 10,392 \text{ cm}$$



- f) Notons $2b$ la longueur de la base du triangle isocèle, h = sa hauteur, c la longueur d'un côté, p son périmètre et A son aire.

$$\text{On a les relations : } A = \frac{1}{2} \cdot 2b \cdot h = b \cdot h, \quad p = 2b + 2c \quad \text{et} \quad c = \sqrt{b^2 + h^2}$$

$$\text{Donc } b = 20 \text{ cm}, \quad h = \frac{A}{b} = \frac{180}{20} = 9 \text{ cm}, \quad c = \sqrt{20^2 + 9^2} = \sqrt{481} \approx 21,93 \text{ cm}$$

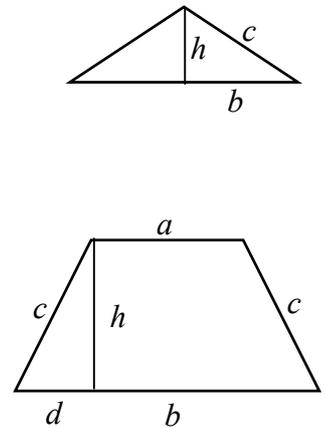
$$\text{et finalement le périmètre} = p = 40 + 2 \cdot \sqrt{481} \approx 83,86 \text{ cm}$$

- g) On a : $a = 18$ cm, $b = 30$ cm, $d = (b - a) / 2 = 6$ cm et périmètre = $2c + a + b = 78$ cm.

$$\text{Donc } c = (78 - a - b) / 2 = 15 \text{ cm}$$

$$\text{Pythagore : } h = \sqrt{c^2 - d^2} = \sqrt{15^2 - 6^2} = \sqrt{189} = \sqrt{9 \cdot 21} = 3 \cdot \sqrt{21} \approx 13,75 \text{ cm}$$

$$\text{L'aire du trapèze} = \frac{a+b}{2} \cdot h = 24 \cdot 3 \cdot \sqrt{21} \approx 329,945 \text{ cm}^2$$



Exercice 2 :

- a) La diagonale du carré est l'hypoténuse d'un triangle isocèle de cathètes mesurant a .

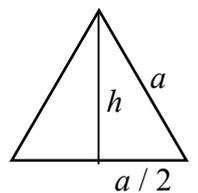
$$\text{Donc la diagonale vaut } \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{2 \cdot a^2} = \sqrt{2} \cdot a$$

Si le carré a des côtés de longueur 1, la diagonale est de $\sqrt{2}$.

- b) $a^2 = d^2 / 2$, donc l'aire égale d'un carré de diagonale d égale $\frac{d^2}{2}$.

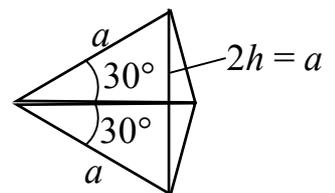
- c) La hauteur du triangle équilatéral est $h = \sqrt{a^2 - (a/2)^2} = \sqrt{(1-1/4) \cdot a^2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot a$

$$\text{Donc l'aire} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot a^2$$



- d) En collant deux triangles isocèles de 30° , on obtient un triangle équilatéral. Donc la hauteur du triangle isocèle de 30° est la moitié de la longueur d'un des côtés isométriques.

$$\text{Donc l'aire du triangle isocèle de } 30^\circ \text{ égale } \frac{1}{4} \cdot a^2$$



Ces résultats sont fréquemment utiles.

Exercice 3 :

On utilise le théorème de Pythagore.

$\sqrt{2}$ = l'hypoténuse d'un triangle rectangle de cathètes de longueurs 1 cm.

$\sqrt{5}$ = l'hypoténuse d'un triangle rectangle de cathètes de longueurs 1 cm et 2 cm, car $1^2 + 2^2 = 5$.

$\sqrt{10}$ = l'hypoténuse d'un triangle rectangle de cathètes de longueurs 1 cm et 3 cm, car $1^2 + 3^2 = 10$.

$\sqrt{15}$ = une cathète d'un triangle rectangle d'hypoténuse de longueur 4 cm de cathètes de longueurs 1 cm, car $4^2 - 1^2 = 15$.

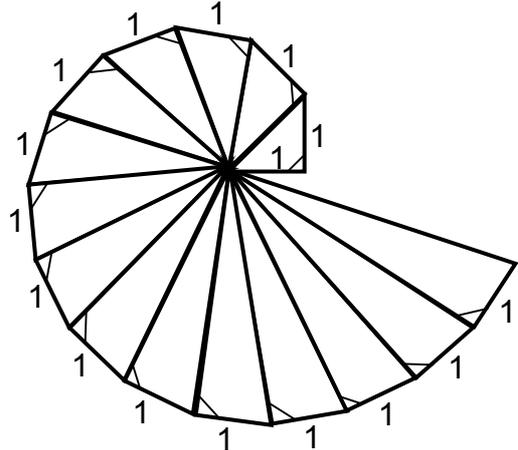
Pour $\sqrt{6}$ = c'est un petit peu plus compliqué. 6 n'est ni la somme ni la différence de deux carrés, mais

$6 = (\sqrt{2})^2 + 2^2$, donc $\sqrt{6}$ = l'hypoténuse d'un triangle rectangle de cathètes de longueurs

$\sqrt{2}$ cm et 2 cm. Nous avons vu comment construire la longueur $\sqrt{2}$.

On aurait aussi pu utiliser $6 = (\sqrt{5})^2 + 1^2$.

Pour finir, voici une construction qui donne toutes les racines des entiers positifs :

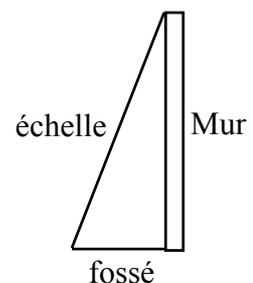


Juste une jolie spirale...
Quelles sont les longueurs qui apparaissent ?

Exercice 4 :

La longueur de l'échelle s'obtient par Pythagore :

longueur de l'échelle = $\sqrt{24^2 + 7^2} = \sqrt{576 + 49} = \sqrt{625} = 25$ mètres



Exercice 5 :

La hauteur x se calcule par Pythagore : $x = \sqrt{5,3^2 - 4,5^2} = \sqrt{7,84} = 2,8$ mètres

Exercice 6 :

La distance entre les deux points de coordonnées (-3; -1) et (1; 2) égale l'hypoténuse d'un triangle ayant une cathète horizontale de longueur 4 et une cathète verticale de longueur 3.

Donc la longueur = $\sqrt{3^2 + 4^2} = 5$

