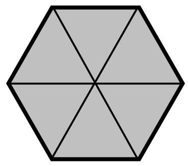
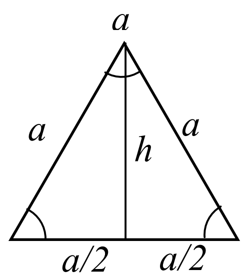
1) L'aire grise = $a^2-\pi\cdot\left(\frac{a}{2}\right)^2=a^2-\pi\cdot\frac{a^2}{4}=\underline{\underline{\left(1-\frac{\pi}{4}\right)\cdot a^2}}$

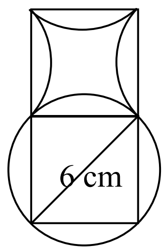
2) L'aire grise = l'aire du demi-disque de rayon $d/2$ moins deux aires de demi-disque de rayon $d/4$
   L'aire grise = $\frac{1}{2}\cdot\pi\cdot\left(\frac{d}{2}\right)^2-\pi\cdot\left(\frac{d}{4}\right)^2=\frac{\pi\cdot d^2}{8}-\frac{\pi\cdot d^2}{16}=\underline{\underline{\frac{\pi\cdot d^2}{16}}}$
   La longueur du demi-cercle allant de A à C égale $\frac{1}{2}\cdot 2\pi\cdot\frac{d}{2}=\underline{\underline{\frac{\pi\cdot d}{2}}}$
   La longueur des deux demi-cercles allant de A à B puis à C égale $2\pi\cdot\frac{d}{4}=\underline{\underline{\frac{\pi\cdot d}{2}}}$
   On remarque que ces deux longueurs sont exactement les mêmes.

3) L'aire grise = l'aire d'un quart de disque de rayon r moins l'aire d'un triangle rectangle isocèle de cathètes de longueur r.
   L'aire grise $=\frac{1}{4}\pi\cdot r^2-\frac{1}{2}\cdot r\cdot r=\underline{\underline{\left(\frac{\pi}{4}-\frac{1}{2}\right)\cdot r^2}}$



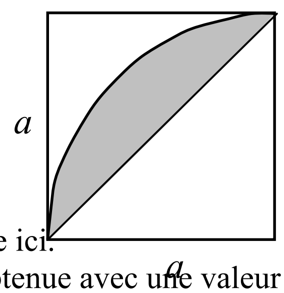
4) L'hexagone régulier de côté a est formé de six triangles équilatéraux de côtés a.
   La hauteur d'un triangle équilatéral se calcule par Pythagore :
   Hauteur = $h=\sqrt{a^2-(a/2)^2}=\sqrt{(1-1/4)\cdot a^2}=\sqrt{\frac{3}{4}\cdot a^2}=\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot a^2$
   L'aire grise = $6\cdot\frac{1}{2}\cdot a\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot a=\underline{\underline{\frac{3\cdot\sqrt{3}}{2}\cdot a^2}}$



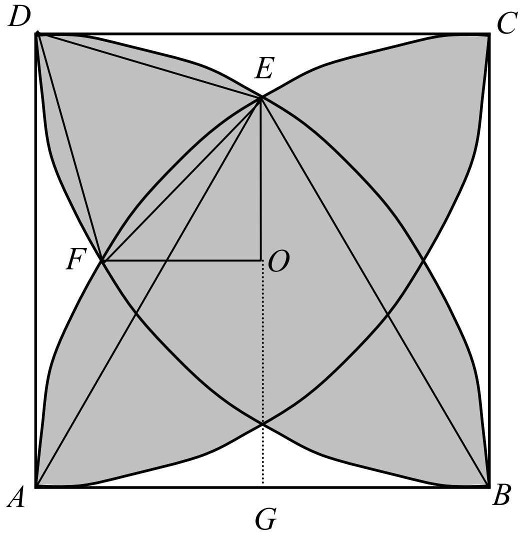


5) En découpant selon les lignes de la figure à droite,
   on remarque que l'aire grise égale l'aire de deux carrés
   de diagonale 6 [cm]
   Par Pythagore, on calcule la longueur a d'un côté du carré.
   $a^2+a^2=6^2=36$ donc $a=\sqrt{18}=\sqrt{3^2\cdot 2}=3\cdot\sqrt{2}$
   L'aire d'un carré = a^2 = 18 [cm^2]
   L'aire grise = deux fois l'aire d'un carré = 36 [cm^2]

6) Cet exercice ressemble beaucoup à l'exercice 5) de la série 2.
   L'aire grise égale l'aire d'un secteur circulaire de rayon 10 et d'angle α = 60°,
   moins l'aire d'un secteur circulaire de rayon 5 et d'angle α = 60°.
   L'aire grise = $\frac{60}{360}\cdot\left(\pi\cdot 10^2-\pi\cdot 5^2\right)=\frac{1}{6}\cdot\pi\cdot(100-25)=\underline{\underline{\frac{\pi\cdot 75}{6}\approx 39{,}27\ [\mathrm{cm}^2]}}$



7) L'aire grise de cette figure égale l'aire d'un quart de disque de rayon a
   moins l'aire d'un triangle rectangle isocèle de cathètes de longueurs a.
   L'aire grise $=\frac{1}{4}\pi\cdot a^2-\frac{1}{2}a^2=\left(\frac{\pi}{4}-\frac{1}{2}\right)\cdot a^2$
   L'aire grise de la figure de gauche de l'exercice 7) est le double de celle calculée ici.
   L'aire grise de la figure de droite de l'exercice 7) est quatre fois la même aire obtenue avec une valeur de a deux fois plus petite, donc une valeur de a^2 quatre fois plus petite. On multiplie donc l'aire par 4 puis on la divise par 4, ce qui fait que les aires des deux figures sont les mêmes et égales à :
   $\underline{\underline{(\pi/2-1)\cdot a^2}}$



8) Cet exercice est difficile et passe par plusieurs étapes.

α) Le triangle ABE est équilatéral car ses trois côtés sont de longueur a. Donc ses angles sont de 60°. Donc l'angle en A du triangle ADE est de 90° - 60° = 30°.
De même l'angle en C du triangle CFD est aussi de 30°. Le côté CF n'a pas été dessiné.

β) L'aire grise égale quatre fois l'aire grise délimitée par les lignes allant de D à F à O à E à D.
Elle est égale à l'aire du triangle DEF plus l'aire du triangle OEF plus la petite aire comprises entre la droite DE et l'arc de cercle DE plus l'autre petite aire comprises entre la droite DF et l'arc de cercle DF. Ces deux dernières petites aires sont égales à l'aire d'un secteur circulaire de rayon a et d'angle 30° moins l'aire d'un triangle isocèle ayant les deux côtés isométriques de longueurs a et un angle de 30° entre eux.

γ) Sachant que $AE = a$ et $AG = a / 2$, on calcule GE par Pythagore.

$$GE = \sqrt{a^2 - (a/2)^2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot a \qquad OE = GE - a/2 = \frac{\sqrt{3}-1}{2} \cdot a \qquad OF = OE = \frac{\sqrt{3}-1}{2} \cdot a$$

Donc l'aire du triangle $OEF = \dfrac{1}{2} \cdot OE^2 = \dfrac{\left(\sqrt{3}-1\right)^2}{8} \cdot a^2 \approx 0{,}066987 \cdot a^2$

$$EF = \sqrt{2 \cdot OE^2} = \sqrt{2} \cdot OE = \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{3}-1}{2} \cdot a$$

Le triangle DEF est équilatéral car l'angle en D égale 60° et les deux autres angles sont égaux.

Nous avons vu à l'exercice 2c série 3 que l'aire d'un triangle équilatérale égale $\dfrac{\sqrt{3}}{4} \cdot c^2$ où c = longueur d'un côté.

Donc l'aire du triangle DEF égale $\dfrac{\sqrt{3}}{4} \cdot EF^2 = \dfrac{\sqrt{3}}{4} \cdot \dfrac{\left(\sqrt{3}-1\right)^2}{2} \cdot a^2 \approx 0{,}116025 \cdot a^2$

L'aire du secteur circulaire égale $\dfrac{30}{360} \cdot \pi \cdot a^2 = \dfrac{\pi \cdot a^2}{12}$

Nous avons vu à l'exercice 2d série 3 que l'aire d'un triangle isocèle d'angle 30° égale $\dfrac{1}{4} \cdot a^2$ où a = longueur d'un côté.

Donc l'aire du triangle ADE égale $\dfrac{1}{4} \cdot a^2 = 0{,}25 \cdot a^2$

δ) L'aire grise délimitée par les lignes allant de D à F à O à E à D égale environs :

$$0{,}066987 \cdot a^2 + 0{,}116025 \cdot a^2 + (\pi / 12) \cdot a^2 - 0{,}25 \cdot a^2 \approx 0{,}194811 \cdot a^2$$

L'aire grise totale égale quatre fois cette aire $\underline{\underline{\approx 0{,}77924 \cdot a^2}}$