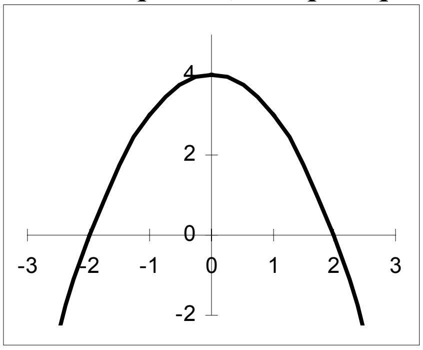
❶ Dans chaque cas, indiquez quelle est la fonction représentée, et justifiez !

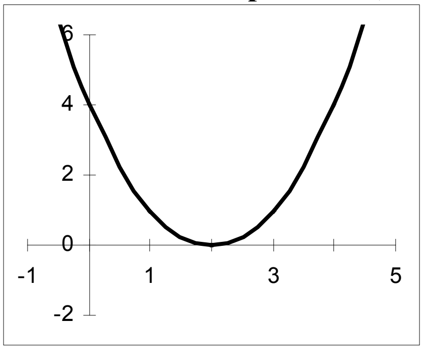


$F_1 : x \mapsto 4x^2$

$F_2 : x \mapsto (2-x)\cdot(2+x)$

$F_3 : x \mapsto -(x-2)^2$

$F_4 : x \mapsto (2-x)^2$

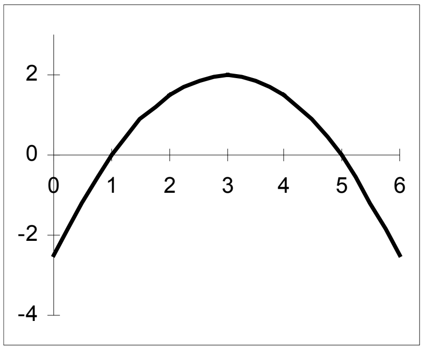


$F_1 : x \mapsto (x-2)^2$

$F_2 : x \mapsto -(x+2)^2$

$F_3 : x \mapsto x^2 - 4$

$F_4 : x \mapsto x^2 + 4$



$F_1 : x \mapsto -(x-1)\cdot(x-5)$

$F_2 : x \mapsto \frac{1}{2}\cdot(x-3)^2 + 2$

$F_3 : x \mapsto -\frac{1}{2}\cdot(x-3)^2 + 2$

$F_4 : x \mapsto -\frac{1}{2}\cdot(x+3)^2 + 2$

---

❷ Pour chaque cas ci-dessous, trouvez une fonction parabolique $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ qui satisfait :

(*Lorsque vous avez une réponse, vérifiez qu'elle satisfait les conditions demandées.*)

a) Zéros(f) = $\{-2 ; 4\}$ et $f(0) = 16$.
b) $f(1) = 8$; $f(3) = 0$ et $f(5) = 0$.
c) f passe par les points $(0 ; 3)$; $(1 ; 2)$ et $(-4 ; 2)$.
d) la parabole passe par $(2 ; 6)$, et son sommet est $(-1 ; -2)$.
e) la parabole passe par $(3 ; 1)$, et son sommet est $(-1 ; 5)$.
f) la parabole passe par $(0 ; 5)$; $(2 ; 7)$; $(4 ; 13)$.
g) la parabole passe par $(-3 ; -16)$; $(0 ; 20)$; $(1 ; 12)$.

---

❸ Pour chaque fonction parabolique ci-dessous, indiquez si elle possède un minimum ou un maximum. Déterminez l'ensemble de ses zéros et les coordonnées du minimum ou du maximum.

a) $f(x) = x^2 + 3x + 2$
b) $f(x) = x^2 + 4x + 3$
c) $f(x) = x^2 + 8x + 5$
d) $f(x) = x^2 - x - 1$
e) $f(x) = -x^2 + 7x + 3$
f) $f(x) = x^2 - 4x + 6$
g) $f(x) = 2x^2 + 5x + 1$
h) $f(x) = -2x^2 + 5x - 3$
i) $f(x) = 2x^2 + 4x + 1$
j) $f(x) = 3x^2 + 5x + 1$
k) $f(x) = -10x^2 - 7x - 1$
l) $f(x) = 12x^2 - 11x + 5$
m) $f(x) = -30x^2 + 23x - 4$

N'écrivez pas ici !

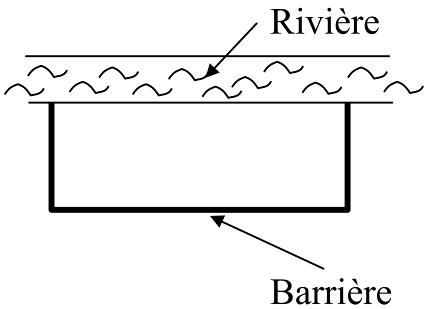
❹ Parmi tous les rectangles ayant un périmètre égale à 24 centimètres, quelles sont les dimensions de ceux qui ont une aire maximale ?

---

❺ Parmi tous les triangles rectangles tels que la somme de leur deux cathètes vaut 60 centimètres, quelles sont les dimensions de ceux ayant leur hypoténuse la plus courte ?
Remarque : l'hypoténuse H est la plus courte lorsque son carré H^2 est minimal.

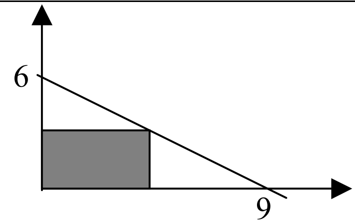
---

❻ Un terrain se trouve en bordure d'une rivière rectiligne.
On désire délimiter une zone rectangulaire le long de la rivière à l'aide d'une barrière ayant une longueur totale de 120 mètres.
Le côté de la zone le long de la rivière n'a pas besoin de barrière.
Quelle est l'aire maximale possible de la zone délimitée par la barrière et la rivière ?



---

❼ Un rectangle est inscrit sous une droite, c.f. croquis.
a) Déterminez les dimensions du rectangle d'aire maximale.
b) Déterminez les dimensions du rectangle d'aire minimale.
Indice : quelle est l'équation de la droite ?



---

❽ Lorsqu'on lance un objet en l'air depuis une hauteur de 1,5 mètres, avec une vitesse initiale de 6 [m/s], sa hauteur en fonction du temps est : $h(t) = -4{,}9 \cdot t^2 + 6 \cdot t + 1{,}5$ (dans les unités MKSA).
Dans cet exercice, des réponses avec 3 chiffres significatifs sont suffisantes.
a) Au temps $t = 0$ [s], l'objet se trouve à une hauteur de 1,5 [m]. Ensuite il monte puis redescend. Après combien de temps l'objet se retrouve-t-il à une hauteur de 1,5 [m] ?
b) A quels instants l'objet se trouve-t-il à une hauteur de 3,2 mètres ?
c) A quel instant l'objet se trouve-t-il le plus haut et quelle est cette hauteur ? Quelle est cette hauteur maximale ?

Réponses de l'exercice ❸

a) Rép. : $Zéros(f) = \{-2\,;-1\}$ **sommet** en $(-3/2\ ;\ -1/4)$ $\Delta = 1$

b) Rép. : $Zéros(f) = \{-3\,;-1\}$ **sommet** en $(-2\ ;\ -1)$ $\Delta = 4$

c) Rép. : $Zéros(f) = \left\{-4-\sqrt{11}\,;-4+\sqrt{11}\right\}$ **sommet** en $(-4\ ;\ -11)$ $\Delta = 44$

d) Rép. : $Zéros(f) = \left\{\left(1-\sqrt{5}\right)/2\,;\left(1+\sqrt{5}\right)/2\right\}$ **sommet** en $(1/2\ ;\ -5/4)$ $\Delta = 5$

e) Rép. : $Zéros(f) = \left\{\left(7-\sqrt{61}\right)/2\,;\left(7+\sqrt{61}\right)/2\right\}$ **sommet** en $(7/2\ ;\ 61/4)$ $\Delta = 61$

f) Rép. : $Zéros(f) = \varnothing$ **sommet** en $(2\ ;\ 2)$ $\Delta = -8$

g)Rép. : $Zéros(f) = \left\{\left(-5-\sqrt{17}\right)/4\,;\left(-5+\sqrt{17}\right)/4\right\}$ **sommet** en $(-5/4\ ;\ -17/8)$ $\Delta = 17$

h) Rép. : $Zéros(f) = \left\{1\,;1{,}5\right\}$ **sommet** en $(5/4\ ;\ 1/8)$ $\Delta = 1$

i) Rép. : $Zéros(f) = \left\{-1-\sqrt{2}/2\,;-1+\sqrt{2}/2\right\}$ **sommet** en $(-1\ ;\ -1)$ $\Delta = 8$

j) Rép. : $Zéros(f) = \left\{\left(-5-\sqrt{13}\right)/6\,;\left(-5+\sqrt{13}\right)/6\right\}$ **sommet** en $(-5/6\ ;\ -13/12)$ $\Delta = 13$

k) Rép. : $Zéros(f) = \left\{1/5\,;1/2\right\}$ **sommet** en $(-7/20\ ;\ 9/40)$ $\Delta = 9$

l) Rép. : $Zéros(f) = \varnothing$ **sommet** en $(-11/24\ ;\ 119/48)$ $\Delta = -119$

m) Rép. : $Zéros(f) = \left\{4/15\,;1/2\right\}$ **sommet** en $(23/60\ ;\ 49/120)$ $\Delta = 49$