

❶ Simplifiez au maximum les expressions suivantes :

$$A = \frac{4x^2 + 12x + 9}{4x^2 - 9}$$

$$B = \frac{(x+a)^2 \cdot (x^3 - a^3)}{(x^2 - a^2)^2}$$

$$C = \frac{x^3 + 5x^2 + 6x}{x^3 - x^2 - 6x}$$

$$D = \frac{x^3 + x^2 - 4x - 4}{2 - x}$$

$$E = \frac{(1+ax)^2 - (a+x)^2}{1-a^2}$$

$$F = \frac{x^2 - 4x^2y^2}{3xy + 3x} \cdot \frac{2y^2 - 2}{2y^2 - y - 1}$$

$$G = \frac{12}{9-a^2} - \frac{2}{3+a} - \frac{1}{3-a}$$

$$H = \frac{6}{1-x} - \frac{4}{1+x} + \frac{10x}{x^2-1}$$

$$I = \frac{1}{x^2-3x+2} + \frac{1}{x^2-x-2} + \frac{2}{x^2-1}$$

$$J = \frac{3x}{x^2-x-2} - \frac{1}{x^2+3x+2} - \frac{6}{2x+4}$$

$$K = \frac{x+5}{x-1} - \frac{6}{x^2+x+1} - \frac{6 \cdot (x^2+2)}{x^3-1}$$

$$L = \frac{x-x^2}{1-x^2} + \frac{1+x}{1+2x+x^2} - \frac{1-2x}{1-x}$$

$$M = \left( x^2 - 2 + \frac{1}{x^2} \right) : \left( \frac{1}{x} - 1 \right)^2$$

$$N = \left( x + \frac{xy}{x-y} \right) : \left( y + \frac{y^2}{x-y} \right)$$

$$O = \frac{6}{1-x} - \frac{6}{1+x} + \frac{12x}{x^2-1}$$

$$P = \left( \frac{1}{1+x} + \frac{2x}{1-x^2} \right) \cdot \left( \frac{1}{x} - 1 \right)$$

❷ Deux factorisations inhabituelles :

a\*) Factorisez de deux manières différentes le polynôme :  $x^6 - 1$ , puis déduisez-en une factorisation pour le polynôme :  $x^4 + x^2 + 1$ .

b) Développez le produit :  $(x^2 + \sqrt{2} \cdot x + 1) \cdot (x^2 - \sqrt{2} \cdot x + 1)$ , pour obtenir une factorisation d'un polynôme simple à écrire.

❸ Astuce pour calculer le carré d'un nombre proche de 50.

Pour calculer le carré de 54, ajouter 4 à 25, pour obtenir les milliers et centaines, puis mettez 4 au carré pour obtenir les dizaines et unités.

Donc  $54^2 = 2916$

$56^2 = 3136$      $31 = 25 + 6$  et  $36 = 6^2$ .

$57^2 = 3249$      $32 = 25 + 7$  et  $49 = 7^2$ .

$47^2 = 2209$      $22 = 25 - 3$  et  $09 = (-3)^2$ . ici,  $-3$  égale  $47 - 50$

$44^2 = 1936$      $19 = 25 - 6$  et  $36 = (-6)^2$ . ici,  $-6$  égale  $44 - 50$

Saurez-vous montrez pourquoi cette astuce de calcul donne le bon résultat ?

❹ Calcul du carré d'un grand nombre.

Avec la calculatrice, on obtient :  $n = 123456789^2 \approx 1,524157875 \cdot 10^{16}$ , il manque donc des chiffres.

a) Saurez-vous donner le chiffre des unités du nombre  $n = 123456789^2$  ?

b) Saurez-vous donner le chiffre des dizaines du nombre  $n$  ?

c) Saurez-vous donner le chiffre des centaines du nombre  $n$  ?

d) Saurez-vous dire le nombre de chiffres dont est formé le nombre  $n$  ?

e) Saurez-vous donner tous les chiffres dont est formé le nombre  $n$  ?