Exercice 1 :

a) Factorisation par groupement de termes. Mise en évidence de m et de p :
$2mx - px - 2my + py = 2m\cdot(x-y) - p\cdot(x-y) = (2m-p)\cdot(x-y)$

b) Remarque. On utilisera souvent l'identité : $-(y-x) = (x-y)$:
Mises en évidence de $(x-y)$
$(x-y)\cdot(a-2) - (y-x)\cdot(a+3) - (x-y)\cdot(1-a) =$
$(x-y)\cdot(a-2) + (x-y)\cdot(a+3) - (x-y)\cdot(1-a) \ = \ (x-y)\cdot(a-2+a+3-1+a) \ = \ (x-y)\cdot 3a$

c) Mise en évidence de $(x-1)^2$, puis utilisation de l'identité remarquable : $A^2 - B^2 = (A+B)\cdot(A-B)$
$(x-1)^4 - 4(x-1)^2 = (x-1)^2\cdot\left((x-1)^2-4\right) = (x-1)^2\cdot\left((x-1)+2\right)\cdot\left((x-1)-2\right) =$
$= (x-1)^2\cdot(x+1)\cdot(x-3)$

d) Mise en évidence de 2, utilisation de $a^2 - b^2 = (a+b)\cdot(a-b)$, mise en évidence de $(a-b)$
$2a^2 - 2b^2 + (a-b)^2 = 2\cdot(a-b)\cdot(a+b) + (a-b)^2 = (a-b)\cdot(2\cdot(a+b)+(a-b)) = (a-b)\cdot(3a+b)$

e) Groupement par pairs, puis mise en évidence de $x+1$.
$x^3 + 1 + x^2 + x = x^2\cdot(x+1) + (x+1) = (x+1)\cdot(x^2+1)$

f) Groupement par pairs, mise en évidence de $x+1$, puis identité remarquable.
$x^3 - 1 + x^2 - x = x^2\cdot(x+1) - (x+1) = (x+1)\cdot(x^2-1) = (x+1)\cdot(x+1)(x-1) = (x+1)^2\cdot(x-1)$

g) Mise en évidence de b^2, puis de a^2+1
$a^2b^2 + b^2 - a^2 - 1 = b^2\cdot(a^2+1) - (a^2+1) = (b^2-1)\cdot(a^2+1) = (b+1)\cdot(b-1)\cdot(a^2+1)$

h) Regroupement par pairs, mise en évidence de $2x$ et id. rem. puis mise en évidence de (x^2-1)
$x^4 - 2x^3 + 2x - 1 = (x^4-1) - (2x^3-2x) = (x^2-1)\cdot(x^2+1) - 2x\cdot(x^2-1) =$
$= (x^2-1)\cdot(x^2+1-2x) = (x+1)\cdot(x-1)\cdot(x^2-2x+1) = (x+1)\cdot(x-1)\cdot(x-1)^2 = (x+1)\cdot(x-1)^3$

i) Mise en évidence de a^2 et de b^2, puis de $(c-d)$
$a^2c - a^2d - b^2d + b^2c = a^2\cdot(c-d) + b^2\cdot(c-d) = (a^2+b^2)\cdot(c-d)$
On aurait pu mettre c et d en évidence, puis mettre (a^2+b^2) en évidence.

j) Mise en évidence de x^2 dans la première paire et de -4 dans la deuxième, puis de $(2x-3)$
$2x^3 - 3x^2 - 8x + 12 = x^2\cdot(2x-3) - 4\cdot(2x-3) = (x^2-4)\cdot(2x-3) = (x+2)\cdot(x-2)\cdot(2x-3)$

k) id. rem. $(a^2-1) = (a+1)\cdot(a-1)$, puis mise en évidence de $(a-1)\cdot(x+2)$
$(a-1)\cdot(x+2)^2 + (a^2-1)\cdot(x+2) - a\cdot(a-1)\cdot(x+2) = (a-1)\cdot(x+2)\cdot((x+2)+(a+1)-(a))$
$= (a-1)\cdot(x+2)\cdot(x+3)$

l id. rem. $(4x^2-1) = (2x+1)\cdot(2x-1)$, puis mise en évidence de $(2x-1)$
$(2x-3)\cdot(4x^2-1) - 2\cdot(2x-1)^2 + 5\cdot(2x-1) = (2x-1)\cdot\{(2x+1)\cdot(2x-3) - 2\cdot(2x-1) + 5\} =$
$= (2x-1)\cdot(4x^2-4x-3-4x+2+5) = (2x-1)\cdot(4x^2-8x+4) =$
$= 4\cdot(2x-1)\cdot(x^2-2x+1) = 4\cdot(2x-1)\cdot(x-1)^2$

m) Mise en évidence de x2y2 et de −4, puis de (xy + 1), puis id. rem. $A^2 - B^2 = (A+B)\cdot(A-B)$

$x^3y^3 + x^2y^2 - 4xy - 4 = x^2y^2\cdot(xy+1) - 4\cdot(xy+1) = (xy+1)\cdot((xy)^2 - 4) = (xy+1)\cdot(xy+2)\cdot(xy-2)$

n) Mise en évidence de $4b$, puis de $(5a+1)$

$20ab + 4b - 5a - 1 = 4b\cdot(5a+1) - (5a+1) = (4b-1)\cdot(5a+1)$

o) Mise en évidence de x, puis de $(1+a)$

$1 + ax + a + x = 1 + a + x\cdot(1+a) = (1+a)\cdot(1+x)$

p) Mise en évidence de xy, puis deux utilisation de l'id. rem. $A^2 - B^2 = (A+B)\cdot(A-B)$

$x\cdot y^5 - x^5\cdot y = xy\cdot\left(y^4 - x^4\right) = xy\cdot\left(y^2 - x^2\right)\cdot\left(y^2 + x^2\right) = xy\cdot\left(y-x\right)\cdot\left(y+x\right)\cdot\left(y^2+x^2\right)$

q) Mise en évidence du signe "−", identité remarquable $(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$ sur les trois derniers termes, puis id. rem. $A^2 - B^2 = (A+B)\cdot(A-B)$

$a^2 - x^2 - 2x - 1 = a^2 - (x^2 + 2x + 1) = a^2 - (x+1)^2 = (a-(x+1))\cdot(a+x+1) = (a-x-1)\cdot(a+x+1)$

r) Mise en évidence de $-2ax$ dans les deux derniers termes, mise en évidence de $(x+2a)$, puis utilisation de l'identité remarquable : $(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$

$(x+2a)\cdot(x^2+a^2) - 2ax^2 - 4a^2x = (x+2a)\cdot(x^2+a^2) - 2ax\cdot(x+2a) = (x+2a)\cdot(x^2+a^2-2ax) =$

$= (x+2a)\cdot(x-a)^2$

s) Identité remarquable sur des cubes : $A^3 + B^3 = (A+B)\cdot(A^2 - AB + B^2)$

$125 + 216x^3 = 5^3 + (6x)^3 = (5+6x)\cdot(5^2 - 5\cdot 6x + (6x)^2) = (5+6x)\cdot(25 - 30x + 36x^2)$

t) Développement des deux premiers termes avec l'id. rem. $A^3 - B^3 = (A-B)\cdot(A^2 + AB + B^2)$, mise en évidence de $(2a-b)$, puis utilisation de l'identité remarquable : $(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$

$8a^3 - b^3 + (2a-b)\cdot 2ab = (2a-b)\cdot(4a^2 + 2ab + b^2) + (2a-b)\cdot 2ab = (2a-b)\cdot(4a^2 + 4ab + b^2) =$

$= (2a-b)\cdot((2a)^2 + 2\cdot 2a\cdot b + b^2) = (2a-b)\cdot(2a+b)^2$

u) Mise en évidence de x^3 dans les trois premiers termes, mise en évidence de (x^2+x+1), puis utilisation de l'identité remarquable : $x^3 - 1 = (x-1)\cdot(x^2+x+1)$

$x^5 + x^4 + x^3 - x^2 - x - 1 = x^3\cdot(x^2+x+1) - (x^2+x+1) = (x^2+x+1)\cdot(x^3-1) =$

$= (x^2+x+1)\cdot(x-1)\cdot(x^2+x+1) = (x-1)\cdot(x^2+x+1)^2$

v) Mise en évidence de a, utilisation d'identités remarquables et factorisation par $(a-b)$

$a^3 - 2a^2b + ab^2 - a^2 + ab = a\cdot(a^2 - 2ab + b^2 - a + b) = a\cdot\{(a-b)^2 - (a-b)\} = a\cdot(a-b)\cdot(a-b-1)$

Exercice 2 :
Pour factoriser $x^2 + d \cdot x + e$ en $(x+a)\cdot(x+b)$ on doit chercher 2 nombres a, b tels que :
$a \cdot b = e$ et $a + b = d$. Les nombres a et b peuvent être négatifs !

a) $x^2 + 5x + 6 = (x+2)\cdot(x+3)$
b) $x^2 - 7x + 10 = (x-5)\cdot(x-2)$
c) $x^2 - 11x + 24 = (x-3)\cdot(x-8)$
d) $x^2 + 2x - 8 = (x+4)\cdot(x-2)$
e) $x^2 + 4x - 21 = (x+7)\cdot(x-3)$
f) $x^2 - 6x - 7 = (x+1)\cdot(x-7)$
g) $x^2 - x - 6 = (x-3)\cdot(x+2)$

Ici, il faut généraliser la 4ème identité remarquable !

h) $3x^2 + 4x + 1 = (3x+1)\cdot(x+1)$
i) $3x^2 + 2x - 1 = (3x-1)\cdot(x+1)$
j) $3x^2 + x - 2 = (x+1)\cdot(3x-2)$
k) $2x^2 - x - 10 = (x+2)\cdot(2x-5)$
l) $2x^2 + 5x - 7 = (2x+7)\cdot(x-1)$
m) $6x^2 - 11x + 4 = (3x-4)\cdot(2x-1)$
n) $12x^2 - 25x + 12 = (4x-3)\cdot(3x-4)$