

❶ Factorisez au maximum les expressions suivantes :

$$A = 1 + ax + a + x$$

$$C = x^3 + 1 + x^2 + x$$

$$E = a^2 \cdot x^2 + x^2 - a^2 - 1$$

$$G = (x-1)^4 - 4 \cdot (x-1)^2$$

$$I = (4x-3) \cdot (x+1) + x \cdot (4x-3)$$

$$K = (7x-5) \cdot (3x+2) + x \cdot (5-7x)$$

$$M = x^4 - 2x^3 + 2x - 1$$

$$O = (x-y) \cdot a - (y-x) \cdot 7 - (x-y) \cdot (7+a)$$

$$Q = 20ax + 4x - 5a - 1$$

$$S = (x+2a) \cdot (x^2 + a^2) - 2ax^2 - 4a^2x$$

$$U = x^5 + x^4 + x^3 - x^2 - x - 1$$

$$B = x^3 - 1 + x^2 - x$$

$$D = a^5 \cdot x - a \cdot x^5$$

$$F = 2x^3 - 3x^2 - 8x + 12$$

$$H = (x+a)^2 - 4ax$$

$$J = (4x-3) \cdot (x+1) - x \cdot (3-4x)$$

$$L = (x-y) \cdot (a-2) - (y-x) \cdot (a+3) - (x-y) \cdot (1-a)$$

$$N = (2x-3) \cdot (4x^2 - 1) - 2 \cdot (2x-1)^2 + 5 \cdot (2x-1)$$

$$P = a^3 \cdot x^3 + a^2 \cdot x^2 - 4ax - 4$$

$$R = x^2 + 2x + 1 - a^2$$

$$T = 125 + 216x^3$$

$$V = (4x-3) \cdot (x+1) - x \cdot (3-4x) + (4x-3) \cdot (7-2x)$$

❷ En utilisant des identités remarquables, effectuez de tête les calculs suivants :

$$a = 25^2 - 5^2 \quad ; \quad b = 25^2 \quad ; \quad c = 35^2 \quad ; \quad d = 65^2$$

$$e = 85^2 \quad ; \quad f = (20-2) \cdot (20+2) \quad ; \quad g = 18 \cdot 22 \quad ; \quad h = 17 \cdot 23$$

$$i = 15^2 \quad ; \quad j = 14 \cdot 16 \quad ; \quad k = 13 \cdot 17$$

Savez-vous qu'il est très facile d'effectuer de tête en 3 secondes les calculs suivants :

97 · 96 ; 94 · 91 ; 93 · 98 ; 92 · 96 ... et bien d'autres produits similaires !

Demandez à votre enseignant l'astuce...

❸ En utilisant l'identité : $(x+a) \cdot (x+b) = x^2 + (a+b) \cdot x + a \cdot b$, factorisez, lorsque cela est possible, les polynômes suivants :

a) $x^2 + 5x + 6$

b) $x^2 - 7x + 10$

c) $x^2 - 11x + 24$

d) $x^2 + 2x - 8$

e) $x^2 + 4x - 21$

f) $x^2 - 6x - 7$

g) $x^2 - x - 6$

h) $3x^2 + 4x + 1$

i) $3x^2 + 2x - 1$

j) $3x^2 + x - 2$

k) $2x^2 - x - 10$

l) $2x^2 + 5x - 7$

m) $6x^2 - 11x + 4$

n) $12x^2 - 25x + 12$

	x	b
x	x^2	$b \cdot x$
a	$a \cdot x$	$a \cdot b$

❹ Les égalités suivantes, sont-elles des identités ? JUSTIFIEZ vos réponses !

a) $(6-x) \cdot (7-x) = -(x-6) \cdot (7-x)$

b) $(6-x) \cdot (7-x) = -(6-x) \cdot (x-7)$

c) $(6-x) \cdot (7-x) = (x-6) \cdot (x-7)$

d) $7x^2 - 3x + 2 = 7 \cdot (x-1) \cdot (x-2)$

5 Trois problèmes :

- a) Un nombre est le double d'un autre. Le produit des deux nombres est égal à la moitié de leur somme. Trouvez ces deux nombres.
- b*) On a la propriété étonnante que $56 = 7 \cdot 8$; 5, 6, 7 et 8 sont 4 chiffres entiers qui se suivent. On a un autre exemple avec $12 = 3 \cdot 4$; 1, 2, 3 et 4 se suivent de nouveau. Existe-t-il un autre exemple similaire ?

- c) Il est facile de vérifier à la calculatrice que le nombre : $a = \sqrt{3+\sqrt{8}} - \sqrt{3-\sqrt{8}}$ est égal à 2. Saurez-vous le montrer, sans utiliser de calculatrice ? Demandez l'astuce à une personne qui la connaît. Saurez-vous montrer sans calculatrice que les nombres suivants sont entiers ?

$$b = \sqrt{4+\sqrt{12}} - \sqrt{4-\sqrt{12}}$$

$$e = \sqrt{6+\sqrt{32}} + \sqrt{6-\sqrt{32}}$$

$$c = \sqrt{9+\sqrt{80}} - \sqrt{9-\sqrt{80}}$$

$$f = \sqrt{7+\sqrt{48}} + \sqrt{7-\sqrt{48}}$$

$$d = \sqrt{19+\sqrt{360}} - \sqrt{19-\sqrt{360}}$$

$$g = \sqrt{11+\sqrt{72}} + \sqrt{11-\sqrt{72}}$$

6 La divination de diviseurs :

Demandez à un spectateur de vous donner un nombre de 3 chiffres. Ecrivez *cdu* ce nombre. Ecrivons *cdu'cdu* le nombre obtenu en répétant les 3 chiffres *cdu*. Voir les exemples ci-dessous. Dites-lui que le nombre *cdu'cdu* est divisible par le nombre *x*, où : *x* peut être le produit de 7, 11, 13 (et de diviseurs évidents, tels que 2, 3, 5 et 9).
Donc le nombre *cdu'cdu* est toujours divisible par 7 et par 11 et par 13.
Expliquez pourquoi !

Exemples :

cdu = 372, alors 372'372 est divisible par 7 et par 11 et par 13 (ici aussi par 3).

cdu = 725, alors 725'725 est divisible par 7 et par 11 et par 13 (ici aussi par 5).

cdu = 477, alors 477'477 est divisible par 7 et par 11 et par 13 (ici aussi par 9).

7 Les 30 euros et la disparition d'un euro :

Histoire étonnante où un euro disparaît.

- ° Trois copains bidasses demandent une bière à la serveuse
- ° La serveuse demande 10 euros par bière. 3 x 10 = 30 euros
- ° Le patron décide de faire une fleur aux bidasses et ne facture que : 25 euros
- ° Il donne la différence à la serveuse. 5 euros
- ° Bien embarrassée pour rendre la monnaie à chacun :
 - elle rend 1 euro à chacun, 3 euros
 - et conserve les 2 euros qui restent. 2 euros
- ° Faisons les comptes :
 - les bidasses ont payé chacun 10 – 1 = 9 euros soit au total 27 euros; 3 x 9 = 27 euros
 - la serveuse a empoché 2 euros + 2 euros
 - le total fait 29 euros = 29 euros
- ° Sur les 30 du départ où est passé l'euro manquant ? 30 – 29 = 1 euro ?