1. Évolution de la vitesse d'un corps qui chute avec frottement.

Le but est de calculer numériquement l'évolution de la vitesse d'un corps qui chute avec frottement.
Un corps de masse $m = 3.0$ [kg] chute verticalement, en subissant une force résultante égale à :
$F_{\text{résultante}}(t) = m \cdot g - k_{frot} \cdot V(t)$, avec $k_{frot} = 1.5$ [kg / s]
où $V(t)$ est la vitesse du corps au temps t. $g = 9.81$ [m/s²].
Au temps $t = 0$ [s], le corps est immobile.

1.1 **Sur une feuille de papier**, à partir des données ci-dessus et de la loi fondamentale de la dynamique, écrivez le lien entre la vitesse au temps t et la dérivée de la vitesse au temps t.

1.2 Numériquement, on remplacera la dérivée de la vitesse au temps t par : $\dfrac{V(t+dt)-V(t)}{dt}$.
Avec cette substitution approximative, écrivez **sur une feuille de papier**, ce que vaut la vitesse au temps $t + dt$ en fonction de ce que vaut la vitesse au temps t.
Numériquement, on remplacera dt par un petit intervalle de temps, tel que 0.1 [s] ou 0.01 [s].

1.3 Écrivez une "function ex1()" qui calcule numériquement l'évolution de la vitesse du corps durant 10 secondes, en prenant $dt = 0.1$ [s].
Donc la vitesse sera déterminée numériquement et approximativement en 101 points.
Mémorisez dans une variable les différents temps et dans une autre variable les différentes vitesses durant ces 10 secondes.

1.4 À la fin de votre fonction, tracez la courbe d'évolution de la vitesse en fonction du temps.

1.5 Par une astuce similaire à ce qui a été fait en 1.2 et 1.3, calculez également l'évolution de la position $x(t)$ durant 10 secondes, avec $dt = 0.1$ [s].
Condition initiale : $x(0\ [s]) = 0\ [m]$.
Commencez par écrire sur une feuille de papier la manière de calculer $x(t + dt)$ connaissant $x(t)$ et $V(t)$.

---

2. Évolution du niveau d'eau d'un réservoir.

Le but est de calculer numériquement l'évolution du niveau d'eau d'un réservoir qui se remplit.
Le réservoir est cylindrique de section de base valant : $S = 1{,}00\ dm^2$.
Le débit d'eau qui entre dans le réservoir vaut :
$D(t) = 2{,}00 - h(t)/6{,}00$, où $h(t)$ est la hauteur d'eau dans le réservoir au temps t.
La hauteur est exprimée en *dm* et le débit en *litres par seconde*.
Rappelons que le débit $D(t)$ est la variation du volume $V(t)$ par unité de temps. $D(t) = V'(t)$.
Initialement, le réservoir est vide.

2.1 **Sur une feuille de papier,** répondez aux questions suivantes :

a) À quelle hauteur d'eau le débit sera-t-il nul ?

b) Vers quelle valeur la hauteur d'eau tendra-t-elle ?

c) Quelle est le lien entre le volume $V(t)$, la section S et la hauteur $h(t)$?

d) Quelle est le lien entre la hauteur $h(t)$ au temps t et la dérivée $h'(t)$ de la hauteur au temps t ?

2.2 Numériquement, on remplacera la dérivée de la hauteur au temps t par : $\dfrac{h(t+dt)-h(t)}{dt}$.
Avec cette substitution approximative, écrivez **sur une feuille de papier**, ce que vaut la hauteur au temps $t + dt$ en fonction de ce que vaut la hauteur au temps t.
Numériquement, on remplacera dt par un petit intervalle de temps, tel que 0.1 [s] ou 0.01 [s].

2.3 Écrivez une "function ex2()" qui calcule numériquement l'évolution de la hauteur d'eau en fonction du temps, en prenant $dt = 0.1$ [s].
Mémorisez dans une variable les différents temps et dans une autre variable les différentes hauteurs durant cette évolution.

2.4 À la fin de votre fonction, tracez la courbe d'évolution de la hauteur en fonction du temps.

2.5 Combien de temps faut-il pour atteindre une hauteur de 11.5 *dm* ?

---

3. Oscillateur et oscillateur amorti.

Le but est de calculer numériquement l'évolution d'un oscillateur qui subit un frottement.
Soit un corps d'une masse m subissant une force résultante égale à
$F_{\text{résultante}} = -k \cdot x(t) - c \cdot v(t)$ où
$x(t)$ est la position du corps au temps t.
$v(t)$ est la vitesse du corps au temps t ;
Au temps $t = 0$ [s], le corps est immobile et se trouve en $x(0) = 0.10$ [m].
$m = 0.80$ [kg] ;
$k = 2{,}0$ [N / m] ;
$c = 0.30$ [N · s / m].
Dans un premier temps, vous pouvez prendre $c = 0$, donc ignorer le frottement.

3.1 **Sur une feuille de papier**, à partir des données ci-dessus et de la loi fondamentale de la dynamique, écrivez le lien entre la position au temps t, la vitesse au temps t et la dérivée de la vitesse au temps t.

3.2 Numériquement, on remplacera la dérivée de la vitesse au temps t par : $\dfrac{V(t+dt)-V(t)}{dt}$ et on remplacera la dérivée de la position au temps t par : $\dfrac{x(t+dt)-x(t)}{dt}$.
Avec ces substitutions approximatives, écrivez **sur une feuille de papier**, ce que vaut la vitesse au temps $t + dt$ en fonction de ce que vaut la position et la vitesse au temps t.
Écrivez également ce que vaut la position au temps $t + dt$ en fonction de ce que vaut la position et la vitesse au temps t.
Numériquement, on remplacera dt par un petit intervalle de temps, tel que 0.1 [s] ou 0.01 [s].

3.3 Écrivez une "function ex3()" qui calcule numériquement l'évolution de la position et de la vitesse du corps durant 20 secondes, en prenant $dt = 0.02$ [s].
Donc la position et la vitesse seront déterminées numériquement et approximativement en 1001 points.
Mémorisez dans une variable les différents temps, dans une autre les différentes positions et dans une troisième variable les différentes vitesses durant ces 20 secondes.

3.4 À la fin de la fonction, tracez la courbe d'évolution de la position en fonction du temps.
Êtes-vous satisfait du résultat, vous semble-t-il correct ?

3.5 Faites une simulation avec $c = 0$ [N · s / m].
Qu'est-ce qui devrait vous déranger ?

3.6 Faites une autre simulation avec $dt = 0.01$ [s] et tracez le graphique.

3.7 Faites une autre simulation avec $dt = 0.005$ [s] et tracez le graphique.

3.8 Quelle est l'influence de la valeur dt choisie ?

3.9 Remarquez que si $c = 0$ [N · s / m] vous pouvez connaître la solution exacte de l'évolution de l'oscillateur. Ceci permet de répondre à la question suivante :
En diminuant dt de moitié, de combien augmente la précision ?

3.10 Une fois que vous avez confiance en votre programme, testez-le avec une valeur de c non nulle.