Contexte :
Une matrice est un tableau de nombres.
Un vecteur s'écrit généralement comme une colonne de nombres.
L'objectif de ce qui suit est d'apprendre à traiter les matrices et vecteurs dans SciLab et de voir leur lien avec les systèmes linéaires d'équations.

Théorie : Matrice, vecteur colonne et produit matriciel
Une matrice est un tableau de nombres.

Voici une matrice de 3 lignes et 3 colonnes : $A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$

Voici un vecteur colonne qui est une matrice de 3 lignes et une colonne : $x=\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$

Par définition, le produit de la matrice A par le vecteur x est :

$$A\cdot x=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11}\cdot x_1+a_{12}\cdot x_2+a_{13}\cdot x_3 \\ a_{21}\cdot x_1+a_{22}\cdot x_2+a_{23}\cdot x_3 \\ a_{31}\cdot x_1+a_{32}\cdot x_2+a_{33}\cdot x_3 \end{pmatrix}$$

Attention, A est à gauche et x à droite, l'ordre compte !
C'est le "**produit ligne - colonne**".
Remarquez que le terme à droite de l'égalité est un vecteur colonne.
Nous allons voir ci-dessous que cette définition du produit matriciel est très pratique.

1. Matrice 2x2.

a) Écrivez une matrice A_{22} de 2 lignes et de 2 colonnes.
b) Écrivez une matrice A_{32} de 3 lignes et de 2 colonnes.
c) Combien de lignes doit avoir un vecteur x pour que la multiplication $A_{22} \cdot x$ soit définie ?
d) Combien de lignes doit avoir un vecteur x pour que la multiplication $A_{32} \cdot x$ soit définie ?

---

2. Système linéaire de 2 équations à 2 inconnues.

Soit le système d'équations :
$4*x_1 - 2*x_2 = 11$
$9*x_1 - 5*x_2 = 23$

On constate un tableau de nombres et un vecteur colonne.
Définissez : *A* = [4, -2 ; 9, -5]; // les virgules et les point-virgules sont importants !
Définissez : *b* = [11; 23];
Écrivez : *disp(A, "A =");* et *disp(b, "b =");* pour afficher la matrice et le vecteur *b*.
Constatez que la matrice *A* et le vecteur *b* ont des similitudes avec le système d'équations.

Définissez : ***x* = *A* \ *b*;**
Vérifiez que vous obtenez la solution du système. *disp(x, "x =");*

Écrivez : *disp(A*x, "A*x =");* pour vérifier que l'on retrouve bien le vecteur *b*.

Conclusions, avec SciLab, il est très simple de résoudre un système d'équations.

tournez la feuille...

3. Système linéaire de 3 équations à 3 inconnues.

Soit le système d'équations :

$4*x_1 - 2*x_2 + 4*x_3 = 12$
$2*x_1 - 5*x_2 + 7*x_3 = 13$
$3*x_1 - 2*x_2 + 3*x_3 = \ \ 8$

Définissez la matrice 3x3 et le vecteur colonne correspondant au système.
À l'aide de Scilab, résolvez ce système d'équations.
Vérifiez que la solution obtenue est bien correcte.

---

4. Un plus gros système linéaire d'équations.

À l'aide de Scilab, résolvez le système d'équations :

$4*x_1 - 2*x_2 + 4*x_3 + 4*x_4 = 12$
$2*x_1 - 5*x_2 + 7*x_3 - 9*x_4 = 13$
$3*x_1 - 2*x_2 + 3*x_3 + 4*x_4 = \ \ 8$
$7*x_1 + 3*x_2 - 3*x_3 + 8*x_4 = \ \ 6$

Vérifiez que la solution obtenue est bien correcte.

---

5. Que se passe-t-il si le système linéaire d'équations n'a pas de solution ?

Soit le système d'équations :

$4*x_1 - 6*x_2 = 17$
$2*x_1 - 3*x_2 = 8$

Remarquez que le système d'équations ci-dessus n'a pas de solution.
Demandez à Scilab de le résoudre.
Que constatez-vous ? Développez votre réponse.

---

6. Que se passe-t-il si le système linéaire d'équations n'a pas de solution.

Soit le système d'équations :

$4*x_1 - 2*x_2 + 4*x_3 = 12$
$2*x_1 - 5*x_2 + 7*x_3 = 13$
$6*x_1 - 7*x_2 + 11*x_3 = 26$

Remarquez que le système d'équations ci-dessus n'a pas de solution.
Demandez à Scilab de le résoudre.
Que constatez-vous ? Développez votre réponse.

---

7. Le cadeau de SciLab, les systèmes sur dimensionnés

Soit le système d'équations : de 3 équations à 2 inconnues.

$4*x_1 - 2*x_2 = 14$
$2*x_1 - 5*x_2 = -5$
$3*x_1 - 2*x_2 = \ \ 8$

Remarquez qu'habituellement, lorsqu'il y a plus d'équations que d'inconnues, le système d'équations n'a pas de solution.
Malgré cela, Scilab fournit une solution, qui n'est pas trop éloigné de ce qui est désiré, ce qui peut être très utile pour déterminer les paramètres d'un modèle, ayant plus de mesures que de paramètres. Nous verrons cela plus tard.
Vérifiez que la solution fournie par Scilab est assez proche de ce que l'on peut espérer !