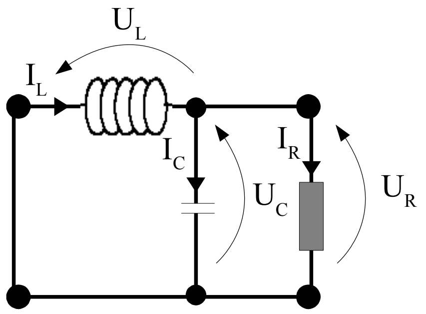
1. Oscillateur LC.

Le but est de simuler le circuit ci-dessous, consistant en un oscillateur LC.



Les lois des circuits électriques donnent :

$I_L = I_C + I_R$
$U_L + U_C = 0$
$U_C = U_R$
$U_R = R \cdot I_R$

$$U_L = L \cdot \frac{dI_L}{dt}$$

$$I_C = C \cdot \frac{dU_C}{dt}$$

<u>Données :</u>
R = 15'000 [Ω]
C = 10^{-6} [F]
L = 4 [H]

On en déduit un système de deux équations différentielles avec les deux inconnues : U_L et I_C.

$\frac{dU_C}{dt} = \ldots$ ne dépend que de R, L, C, U_C et I_L.

$\frac{dI_L}{dt} = \ldots$ ne dépend que de R, L, C, U_C et I_L.

1.1 Complétez les deux équations différentielles ci-dessus.

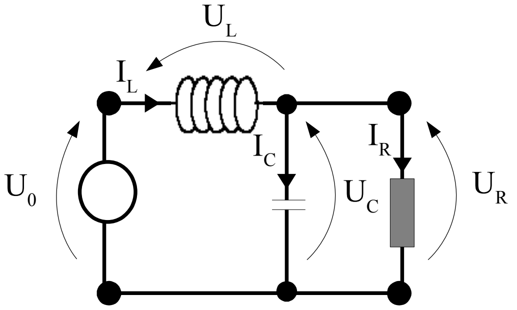
1.2 Résolvez ces deux équations différentielles, avec **la méthode du système ode(...) ou une méthode d'ordre 2**, pour un temps allant de 0 à 0,10 seconde. (500 points est bien)
Les conditions initiales sont : U_{C0} = 12 [V] et I_{L0} = 0 [A].

1.3 Vérifiez que la fréquence propre du système vaut $1/\left(2\cdot\pi\cdot\sqrt{L\cdot C}\right)$.

1.4 Quelle est l'influence de la résistance ?

2. Oscillateur LC. entretenu, un filtre en fréquence.

Le but est de simuler le circuit ci-dessous, consistant en un oscillateur LC.
C'est presque le même circuit que celui de l'exercice 1, une source de tension a été ajouté.



Les lois des circuits électriques donnent :

$I_L = I_C + I_R$
$U_L + U_C = U_0$
$U_C = U_R$
$U_R = R \cdot I_R$

$$U_L = L \cdot \frac{dI_L}{dt}$$

$$I_C = C \cdot \frac{dU_C}{dt}$$

<u>Données :</u>
$R = 15'000\ [\Omega]$
$C = 10^{-6}\ [F]$
$L = 4\ [H]$
$U_0 = 5\ [V] \cdot \cos(\omega \cdot t)$

On en déduit un système de deux équations différentielles avec les deux inconnues : U_L et I_C.

$\frac{dU_C}{dt} = \ldots$ ne dépend que de R, L, C, U_C, U_0 et I_L.

$\frac{dI_L}{dt} = \ldots$ ne dépend que de R, L, C, U_C, U_0 et I_L.

2.1 Complétez les deux équations différentielles ci-dessus. Il y a une légère différence par rapport à l'exercice 1.

2.2 Résolvez ces deux équations différentielles, avec **la méthode du système ode(...) ou une méthode d'ordre 2**, pour un temps allant de 0 à 0,15 seconde. (500 points est bien)
Les conditions initiales sont : $U_{C0} = 0$ [V] et $I_{L0} = 0$ [A]. Testez avec $\omega = 200$ [1/s].

2.3 Déterminez pour quelle fréquence ν avec $\omega = 2 \cdot \pi \cdot \nu$, l'amplitude de la tension aux bornes du condensateur est maximale.

2.4 Quelle est le lien entre la fréquence optimale et l'exercice 1 ?

3. La trajectoire d'une étoile filante.

Un astéroïde de masse m = 350 [kg] s'approche de la Terre pour lui tomber dessus en se déplaçant dans un plan (x ; z). Il subit deux forces : $\vec{F}_G = -\frac{G \cdot m \cdot M_T}{d^3} \cdot \vec{r}$ et $\vec{F}_{frot} = -k_{frot} \cdot V \cdot \vec{V}$

où : $\vec{r} = < x \ ; \ z >$ représente la position de l'astéroïde, $\vec{V} = < V_x \ ; \ V_z >$ sa vitesse,

$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$; $G = 6.6726 \cdot 10^{-11} \left[\frac{N \cdot kg^2}{m^2} \right]$; $k_{frot} = 2 \cdot 10^{-7} \left[\frac{N \cdot s^2}{m^2} \right]$

$M_T = 5.9742 \cdot 10^{24} [kg]$. Le rayon de la Terre vaut $R_T = 6.371 \cdot 10^6 [m]$.

3.1 Faites un **dessin,** en indiquant votre choix du sens positif de l'axe.

3.2 À partir de la loi fondamentale de la dynamique (2ème loi de Newton), écrivez l'équation différentielle qui décrit l'évolution de la vitesse et de la position de l'objet en fonction du temps.

3.3 Dans Scilab, en utilisant les routines que vous possédez, programmez la résolution de ce système d' équations différentielles avec **la méthode du système ode(...) ou une méthode d'ordre 2**, pour répondre aux points suivants :

!!! Indiquez votre démarche, **justifiez**.

3.3a Recopier sur votre feuille le contenu de la fonction "function z = f(x,y)", jusqu'au "endfunction".

3.4 Pour une condition initiale de $\vec{r}_0 = < x_0 \ ; \ z_0 > = < 0 \ ; \ 3 \cdot R_T >$ et $\vec{V}_0 = < 3000 \ ; \ 0 > [m/s]$ et un temps variant de 0 à 33'000 secondes, dessinez la trajectoire de cet astéroïde, sur au moins une demi-page.

---

4. Le problème à deux corps.

Deux corps de masse $3 \cdot 10^{14} [kg]$ chacun sont dans l'espace et ne subissent que l'effet gravitationnel de l'un sur l'autre. Ils sont isolés de toute autre influence.
Chaque corps ne se déplace que dans un plan (x ; y), la coordonnée z restant fixe.
Il y a donc 8 variables : x_1, v_{x1}, y_1, v_{y1}, x_2, v_{x2}, y_2, v_{y2}.
Le premier corps subit la force : $\vec{F}_1 = -coef \cdot \vec{r}_1$.

Le deuxième corps subit la force : $\vec{F}_2 = -coef \cdot \vec{r}_2$.

Avec : $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$; $coef = \dfrac{G \cdot m_1 \cdot m_2}{d^3}$; $G = 6.6726 \cdot 10^{-11} \left[\dfrac{N \cdot kg^2}{m^2} \right]$;

$\vec{r}_1 = <(x_1 - x_2) \; ; \; (y_1 - y_2)>$ et $\vec{r}_2 = <(x_2 - x_1) \; ; \; (y_2 - y_1)>$.

Les conditions initiales sont :
$x_1 = -100$ [m] ; $v_{x1} = 1$ [m/s] ; $y_1 = 0$ [m] ; $v_{y1} = 6$ [m/s]
$x_2 = 100$ [m] ; $v_{x2} = 0$ [m/s] ; $y_2 = 0$ [m] ; $v_{y2} = -6$[m/s];

4.1 Faites un **dessin,** en indiquant votre choix du sens positif des axes.
4.2 Les lois de la physique permettent décrire l'équation différentielle d'évolution de cet objet. Écrivez ces équations différentielles.

4.3 Dans Scilab, en utilisant les routines que vous possédez, programmez la résolution de ce système d' équations différentielles avec **la méthode du système ode(...) ou celle de Runge**, pour répondre aux points suivants :
!!! Indiquez votre démarche, **justifiez**.
4.3a Recopiez sur votre feuille le contenu de la fonction "function z = f(x,y)", jusqu'au "endfunction".
4.4 Pour un temps variant de 0 à 125 secondes, recopiez la trajectoire de chacun des deux corps, sur un graphique prenant au moins une demi-page. Dessinez chaque trajectoire d'une couleur différente.