1. Évolution de la vitesse d'un corps qui chute avec frottement.

Le but est de calculer numériquement l'évolution de la vitesse d'un corps qui chute avec frottement.
Un corps de masse $m = 3.0$ [kg] chute verticalement, en subissant une force résultante égale à :
$F_{résultante} = m \cdot g - 1.5 \cdot V(t)$
où V(t) est la vitesse du corps au temps t. $g = 9.81$ [m/s²].
Au temps t = 0 [s], le corps est immobile.

1.1 Juste avant la fonction qui calculera l'évolution de la vitesse en fonction du temps, écrivez en commentaire l'équation différentielle qui régit l'évolution de cette vitesse.

1.2 Remarquez qu'en discrétisant cette équation différentielle en remplaçant $V'(t)$ par $\frac{V(t+dt)-V(t)}{dt}$, l'équation d'évolution peut s'écrire :

$$V(t+dt) = V(t)+dt\cdot\left(g-\frac{1.5}{3.0}\cdot V(t)\right)$$

Cette méthode de calcul de l'évolution de la vitesse s'appelle : "**La méthode d'Euler**"

1.3 Écrivez une "function ex1()" qui calcule par la méthode d'Euler l'évolution de la vitesse du corps durant 10 secondes, en prenant dt = 0.1 [s].
Donc la vitesse sera déterminée numériquement et approximativement en 101 points.
Mémorisez dans une variable les différents temps et dans une autre variable les différentes vitesses durant ces 10 secondes.

1.4 À la fin de votre fonction, tracez la courbe d'évolution de la vitesse en fonction du temps.

---

2. Évolution du niveau d'eau d'un réservoir.

Le but est de calculer numériquement l'évolution du niveau d'eau d'un réservoir qui se remplit.
Le réservoir est cylindrique de section de base valant 1 dm^2.
Le débit d'eau qui entre dans le réservoir vaut :
$D(t) = 2-h(t)/6$, où $h(t)$ est la hauteur d'eau dans le réservoir au temps t.
La hauteur est exprimée en *dm* et le débit en *litres par seconde*.
Rappelons que le débit est la variation du volume par unité de temps.
Initialement, le réservoir est vide.

2.0 À quelle hauteur d'eau le débit sera-t-il nul ?
Quelle hauteur d'eau sera au maximum atteinte ?

2.1 Juste avant la fonction qui calculera l'évolution de la hauteur en fonction du temps, écrivez en commentaire l'équation différentielle qui régit l'évolution de hauteur h(t).

2.2 Discrétisez cette équation différentielle en remplaçant $h'(t)$ par $\frac{h(t+dt)-h(t)}{dt}$.

2.3 Écrivez une "function ex2()" qui calcule par la **méthode d'Euler** l'évolution de la hauteur d'eau en fonction du temps, en prenant dt = 0.1 [s].
Mémorisez dans une variable les différents temps et dans une autre variable les différentes hauteurs durant cette évolution.

2.4 À la fin de votre fonction, tracez la courbe d'évolution de la vitesse en fonction du temps.

2.5 Combien de temps faut-il pour atteindre une hauteur de 11.5 *dm* ?

---

3. Oscillateur.

Le but est de calculer numériquement l'évolution d'un oscillateur.
Soit un corps d'une masse de 1 [kg] subissant une force résultante égale à
$F_{résultante} = -k \cdot x(t)$ où
$x(t)$ est la position du corps au temps t.
$v(t)$ est la vitesse du corps au temps t ;
Au temps $t = 0$ [s], le corps est immobile et se trouve en $x(0) = 0.1$ [m].
$k = 2$ [N / m].
L'équation différentielle définissant ce mouvement peut s'écrire comme suit :
$x''(t) = -k \cdot x(t)$. C'est une équation différentielle du second ordre.

On peut aussi l'écrire sous forme vectorielle comme suit :
$x'(t) = v(t)$
$v'(t) = -k \cdot x(t)$. C'est deux équations différentielles couplées du premier ordre.

Finalement écrivons-la comme suit :

$$\begin{pmatrix} x \\ v \end{pmatrix}'(t) = \begin{pmatrix} v \\ -k \cdot x \end{pmatrix}(t)$$

C'est une équation différentielle du premier ordre où les grandeurs ne sont plus de scalaires, mais des vecteurs. Donc on se ramène à une équation du style : $y'(t) = f(y(t))$.
Ceci simplifiera sa programmation avec SciLab.

3.1 Juste avant la fonction qui calculera l'évolution de cet oscillateur en fonction du temps, écrivez en commentaire l'équation différentielle qui régit son l'évolution.
3.2 Écrivez une "function ex3()" qui calcule par la **méthode d'Euler** l'évolution de cet oscillateur en fonction du temps, durant 20 secondes. Essayer avec 500 points.
3.3 Quelle est le lien entre la durée, le pas et le nombre de points choisi ?
3.4 À la fin de votre fonction, tracez la courbe d'évolution de la position en fonction du temps.

Quelle est l'influence du nombre de points choisi ?

Avez-vous écrit votre programme sous forme de deux variables $x(t)$ et $v(t)$ qui évoluent, ou sous la forme d'un vecteur $(x, v)(t)$ qui évolue ?

---

4. Oscillateur amorti

Le but est de calculer numériquement l'évolution d'un oscillateur qui subit un frottement
Soit un corps d'une masse de 1 [kg] subissant une force résultante égale à
$F_{résultante} = -k \cdot x(t) - c \cdot v(t)$ où
$x(t)$ est la position du corps au temps t.
$v(t)$ est la vitesse du corps au temps t ;
Au temps $t = 0$ [s], le corps est immobile et se trouve en $x(0) = 0.1$ [m].
$k = 2$ [N / m].
$c = 0.3$ [N · s / m].

4.1 Juste avant la fonction qui calculera l'évolution de cet oscillateur en fonction du temps, écrivez en commentaire l'équation différentielle qui régit son l'évolution.
4.2 Écrivez une "function ex4()" qui calcule par la **méthode d'Euler** l'évolution de cet oscillateur en fonction du temps, durant 20 secondes.
4.3 Combien de points choisissez-vous ?
4.4 À la fin de votre fonction, tracez la courbe d'évolution de la position en fonction du temps.

Avez-vous écrit votre programme sous forme de deux variables $x(t)$ et $v(t)$ qui évoluent, ou sous la forme d'un vecteur $(x, v)(t)$ qui évolue ?
