

Étude de mouvements en 2D avec frottement

Un **rapport écrit** par groupe est attendu. Il sera noté.

Écrivez vos **nom** et **prénom**, le **numéro de votre modèle Insight Maker**.

Le rapport devra contenir un **titre**, un **but**, des **réponses** et une **conclusion**.

Contexte :

On lance vers le haut une balle de tennis de masse m donnée, à une certaine vitesse V_0 , avec un certain angle α relativement à l'horizontal. Elle est lancée d'une certaine hauteur h_0 relativement au sol et subit un frottement turbulent égale à $F_{\text{frottement}} = \text{Coef}_{\text{frottement}} \cdot V^2$, où V est la norme de la vitesse. Le but est d'étudier ce mouvement en le modélisant et de déterminer certaines de ses caractéristiques.

Ce modèle contient donc **6 paramètres** qui sont : m ; V_0 ; α ; h_0 ; $\text{Coef}_{\text{frottement}}$ et g_{Terre} .

Il faudra décomposer le mouvement selon un axe horizontal X et selon un axe vertical Y .

On sait que :

la force de frottement horizontale vaut : $F_{\text{frot}_X} = -\text{Coef}_{\text{frottement}} \cdot V \cdot V_X$

la force de frottement verticale vaut : $F_{\text{frot}_Y} = -\text{Coef}_{\text{frottement}} \cdot V \cdot V_Y$

V_X est la composante horizontale de la vitesse.

V_Y est la composante verticale de la vitesse.

V est la norme de la vitesse.

1. Théorie, équations du mouvement. 25 minutes

À partir des informations données ci-dessus et en fonction des paramètres du modèle, de V_X et de V_Y , déterminez :

- la composante horizontale $F_{\text{rés}X}$ et la composante verticale $F_{\text{rés}Y}$ de la force résultante subie par la balle de tennis ;
- la composante horizontale V_{X0} et la composante verticale V_{Y0} de la vitesse initiale ;
- la norme de la vitesse V .

Écrivez comment convertir l'angle α de degrés en radians. *Les fonctions trigonométriques de Insight Maker utilisent les angles en radians, mais il est plus agréable de les lire en degrés.*

2. Modélisation avec Insight Maker. <https://insightmaker.com> 25 minutes

Modélisez ce problème avec Insight Maker. Les 6 paramètres doivent apparaître clairement.

4 grandeurs nous intéresseront : V_X ; V_Y ; X et Y .

X et Y sont les positions en fonction du temps.

La position Y ne peut pas être négative, car $Y = 0$ [m] correspond au sol.

La trajectoire Y en fonction de X sera intéressante.

Selon des mesures effectuées et des estimations :

$m = 58,0$ grammes ; $g_{\text{Terre}} = 9,81$ [m/s²] ; $V_0 = 20,0$ [m/s].

Ces valeurs resteront inchangées pour la suite des simulations.

Pour les simulations, prenez :

Simulation Length : 3,5 Secondes.

Analysis Algorithm : *Accurate RK4 est préférable.*

Simulation Time Step : 0,01 Secondes

Écrivez des résultats avec trois ou quatre chiffres significatifs.

Tournez la feuille...

3. Première vérification. 5 minutes

Notons X_{Sol} la distance X atteinte lorsque la balle touche le sol.

Lorsque $h_0 = 0$ [m] et $Coef_{frottement} = 0$ [kg/m], vérifiez à l'aide du modèle que la distance X_{Sol} est maximale pour un angle α de 45° .

Il suffit de vérifier qu'elle est plus petite pour un angle $\alpha = 43^\circ$ et pour un angle $\alpha = 47^\circ$.

Quelle est cette distance maximale ?

4. Angle optimum en fonction de la hauteur initiale. 10 minutes

Toujours en notant X_{Sol} la distance X atteinte lorsque la balle touche le sol.

En utilisant les mêmes valeurs que précédemment, sauf pour $h_0 = 2,0$ [m].

Quelles sont les valeurs de X_{Sol} et du temps correspondant pour :

- $\alpha = 47^\circ$;
- $\alpha = 44^\circ$;
- $\alpha = 41^\circ$?

Déduisez-en l'angle α optimal pour que la distance X_{Sol} soit maximale.

Une réponse à ± 1 degré près est acceptable.

5. Angle optimum, avec frottement. 20 minutes

Toujours en notant X_{Sol} la distance X atteinte lorsque la balle touche le sol.

En utilisant les mêmes valeurs que précédemment, sauf pour :

$h_0 = 2,0$ [m] et $Coef_{frottement} = 0,00098$ [kg/m].

Quelles sont les valeurs de X_{Sol} et du temps correspondant pour :

- $\alpha = 50^\circ$;
- $\alpha = 45^\circ$;
- $\alpha = 40^\circ$;
- $\alpha = 35^\circ$?

Déterminez l'angle α optimal pour que X_{Sol} soit le plus grand possible.

Pour cet angle optimal :

- ° quelle est le temps durant lequel la balle est en l'air ;
- ° quelle est l'altitude maximale atteinte ;
- ° quelles sont les vitesses V_x , V_y et V , lorsque la balle touche le sol ;
- ° quel est l'angle que forme la vitesse avec l'horizontal, lorsque la balle touche le sol ?

6. Conclusion 10 minutes

Écrivez une conclusion. Elle peut reprendre les réponses des questions du point précédent !

Le frottement de l'air, a-t-il une grande importance dans cette simulation ?

L'angle α de départ, a-t-il une grande importance ?

7. Information :

Le coefficient de frottement $Coef_{frottement} = 0,00098$ [kg/m] vient de

$Coef_{frottement} = 0,5 \cdot 0,47 \cdot S \cdot \rho$ où

S = la surface apparente,

le diamètre de la balle de tennis est de $6,4$ [cm],

$\rho = 1,29$ [kg/m³] est la masse volumique de l'air (à $T = 0^\circ\text{C}$ et à une atmosphère).