1.1 Le moment cinétique $\vec{L}$ a déjà été entièrement calculé en page 10 du cours.
$L = m \cdot r^2 \cdot \omega$. La direction du moment cinétique est perpendiculaire au plan de la roue et son sens est définie par la règle de la main droite.

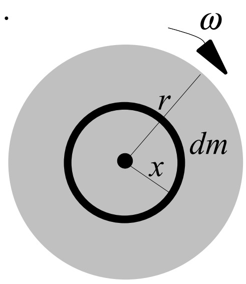
1.2 La norme de la vitesse de chaque point matériel de la roue est la même et vaut : $V = \omega \cdot r$.

Donc l'énergie cinétique de la roue vaut : $E_{cin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V^2$.

Autre écriture : $E_{cin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot r^2 \cdot \omega^2$.

On voit réapparaître le moment d'inertie $I = m \cdot r^2$ dans les deux résultats.

2.1 Le disque plein est une somme d'anneaux minces.
L'anneau se trouvant à distance x du centre et d'épaisseur dx a une masse égale à :
$dm = \rho \cdot 2 \cdot \pi \cdot x \cdot dx$ où ρ est la densité surfacique du disque. $\rho \cdot \pi \cdot r^2 = m$.



Le moment cinétique de cet anneau vaut :
$dL = dm \cdot x^2 \cdot \omega = \rho \cdot 2 \cdot \pi \cdot x \cdot dx \cdot x^2 \cdot \omega$
Le moment cinétique du disque vaut :

$$L = \int_0^r \rho \cdot 2 \cdot \pi \cdot x^3 \cdot dx \cdot \omega = \rho \cdot 2 \cdot \pi \cdot \omega \cdot \int_0^r x^3 \cdot dx$$

$$L = \frac{\rho \cdot 2 \cdot \pi \cdot \omega \cdot r^4}{4} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \pi \cdot r^2 \cdot r^2 \cdot \omega \qquad \boxed{L = \frac{1}{2} \cdot m \cdot r^2 \cdot \omega}$$

Le facteur $I = \frac{1}{2} \cdot m \cdot r^2$ est le moment d'inertie du disque.

En effectuant la même intégrale, on trouve que l'énergie cinétique vaut : $E_{cin} = \frac{1}{2} \cdot I \cdot \omega^2$.

On verra dans le cours que ce résultat est valable pour tout corps de moment d'inertie I.

3.1 Il y a la force de la pesanteur, $\mu \cdot g$ vers le bas et la force de tension F_T de la corde, vers le haut.

3.2 Le moment de force M exercé par la masse vaut : $M = r \cdot F_T$.

La loi fondamentale des corps en rotation nous dit que : $\frac{dL}{dt} = M$

Puisque M est constant, on en déduit que le moment cinétique L varie linéairement avec le temps.
$L(t) = r \cdot F_T \cdot t$. ($L(0) = 0$.)

L'exercice 1 nous indique que la vitesse angulaire vaut : $\omega = \frac{L}{m \cdot r^2} = \frac{r \cdot F_T \cdot t}{m \cdot r^2} = \frac{F_T}{m \cdot r} \cdot t$

La vitesse de la masse μ est la même que celle des parties de la roue et vaut :

$V = \omega \cdot r = \frac{F_T}{m} \cdot t$. Donc $\boxed{m \cdot V = F_T \cdot t}$

3.3 Par la dynamique de translation, l'accélération vaut : $\mu \cdot a = F_{rés} = \mu \cdot g - F_T$.
Donc la vitesse vaut : $\mu \cdot V = \mu \cdot g \cdot t - F_T \cdot t$.

3.4 En éliminant $F_T \cdot t$ à l'aide du résultat obtenu en 3.2, on trouve que :

$\mu \cdot V = \mu \cdot g \cdot t - m \cdot V$. Donc $V = \frac{\mu \cdot g}{\mu + m} \cdot t$

L'accélération de la masse μ vaut $\boxed{a = \frac{\mu \cdot g}{\mu + m}}$.

3.5 La force de pesanteur de μ doit accélérer une masse $\mu + m$.
Ce résultat pouvait être prévu à l'avance !
